

Atelier 2 – analyse de travaux d'élèves

12 documents

- Document 1 - Jouer au professeur : correction de copies de camarades.

Document 1 : des extraits de copies ont été donnés aux élèves lors de la correction d'un contrôle bilan. C'est un travail qui permet de réfléchir au sens de ce qui a été écrit. Voici la consigne donnée aux élèves : écrire des remarques qu'aurait pu faire un enseignant pour permettre à votre camarade de progresser.

Sujet :

I Résoudre l'équation suivante : $-x^2 + 8x = 0$

Retour réflexif sur le sens de ce qui a été écrit.

*la propriété est mal
N'accuse pas ce qui n'est pas
un produit de facteurs*

Exercice I :
 $-x^2 + 8x = 0$
 $-x \times x + 8x = 0$
Un produit de facteurs est nul dans le seul cas où un des facteurs est nul.
 $-x \times x = 0$ ou $8x = 0$
 $8x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{8}$
 $x = 0$
Cetle equation a deux solutions 0 et 8

*il ne peut pas accéder à
dans la réponse*

$-x^2 + 8 = 0$
Le produit de facteurs est nul dans le seul cas où un des facteurs est nul.
ce n'est pas le cas
ne j'fait
 $-x \times x + 8 = 0$
 $-x \times (-x + 8) = 0$
Un produit de facteurs est nul dans le seul cas où un des facteurs est nul.
 $x = 0$ | $(-x + 8) = 0$
 $-x + 8 = 0 - 8$
 $-x = -8$ | $x = 8$ donc $x = 8$
Ces ~~8~~ sont des solutions de cette equation.

Cet élève se sert de la propriété pour corriger son erreur.

• Document 2 – Ecrire une propriété

$2 \times 6 = 12$ | $2 \times 10 = 20$ | $1 \times 4 = 4$ | $1 \times 11 = 11$
 $3 \times 4 = 12$ | $3 \times 10 = 30$ | $2 \times 2 = 4$ | $2 \times 11 = 22$

③ C'est tous le temps proportionnel c'est le même nombre : on peut donc dire qu'avec le produit en croix c'est le même résultat avec n'importe quelles valeurs. (exemples en haut)

Si on fait un produit en croix (X) avec deux fractions égales, alors elles auront le même résultat.

Si on applique le produit en croix sur une égalité fractionnaire, alors les résultats obtenus sont égaux.

③ Le produit en croix de deux fractions égales donne le même résultat...

ex : $\times 25$

Si le produit du numérateur d'une fraction et du dénominateur d'une autre fraction et inversement est le même alors les deux fractions sont égales.

Si une fraction est égale à une autre fraction alors le produit en croix de ces deux fraction est le même.

Document 2 : en 4^e, après un travail menant à conjecturer l'égalité des produits en croix pour des quotients égaux, il est demandé aux élèves d'écrire cette conjecture qui, une fois démontrée, sera écrite dans le cahier de cours avec le statut de propriété. Les propositions sont scannées et projetées à la classe pour analyse. Le recours à un énoncé avec des lettres n'a pas été spontanément proposé par les élèves à ce moment-là de l'année de 4e.

• Document 3 - Travail collaboratif : mise en forme d'une démonstration.

Exercice cherché individuellement, puis mise en commun. Niveau 5e.

La rédaction est faite en groupe afin d'alléger le travail d'écriture. Les élèves ont pu découper leurs écrits et les coller.

C'est une façon de permettre aux élèves de cheminer vers une démonstration sans se décourager.

- (d) est la médiatrice du segment [AB] car elle le coupe en son milieu en une droite perpendiculaire. [AB] est aussi un rayon du cercle de centre A (tels que [AC])

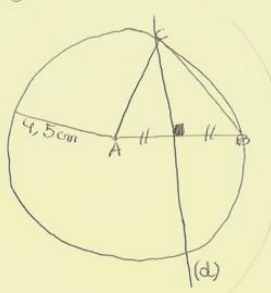
- On peut savoir que [AB] et [AC] sont font 4,5 cm car ce sont des rayons du cercle (cela est indiqué)

- Problématique : quelle est la longueur du segment [BC] ?

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

Conclusion:
Donc $CB = CA = 4,5$ cm

Donc le périmètre du triangle est de 13,5 car $3 \times 4,5$.



FAUSTINE
MÆLI
ANGEL
ALEXIS

Tout les rayons du cercle ^{de centre} A mesurent 4,5 cm
Car A est le centre du cercle.

Donc : $AC = AB$
CB mesure 4,5 cm car la médiatrice (d) passe en milieu du triangle
AC AB BC qui est prouvé par le signe "=".

$3 \times 4,5 = 13,5$ cm

Définition:
La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Propriété:
Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

Conclusion:
CB = 4,5 qui est prouvé par la médiatrice (d).

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

Donc $CA = CB$
On connaît CA car c'est un rayon du cercle donc tous les rayons du cercle font la même mesure.

AB et AC mesure 4,5 cm car ce sont des rayons et les rayons sont tous de la même longueur.

~~fait~~ sa fait 13,5 car que les triangle des perimètre fait tout les côté 4,5 cm

Les travaux des élèves ont été projetés et chaque groupe a présenté son travail.

Des commentaires ont été faits par les élèves et par l'enseignante.

Il n'y a pas eu de correction écrite pour cet exercice : l'analyse de ce qui a été proposé par les élèves est un vecteur de progrès.

Varié le travail sur les démonstrations encourage les élèves et évite la lassitude

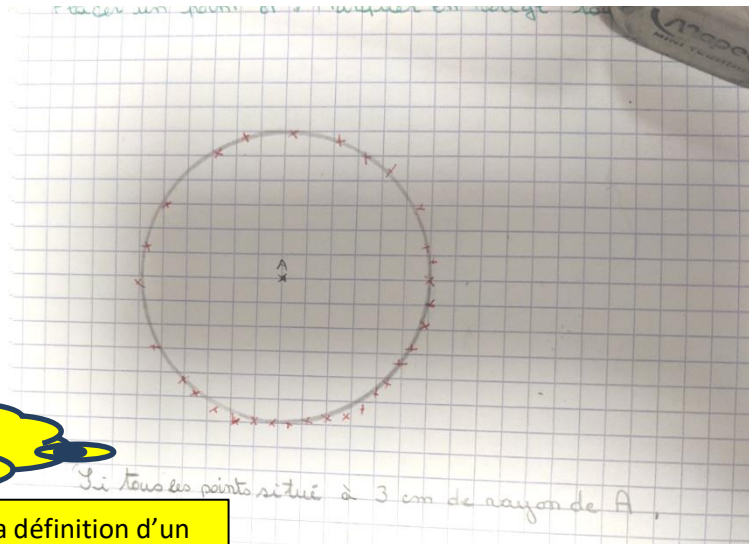
• Document 4 -« Invention ! » d'une définition.

Première consigne
(6e – activité
d'introduction au
cercle) :

Placer un point A et
marquer en rouge
tous les points
situés à 3 cm de A.

Mise en commun

Deuxième consigne : écrire la définition d'un
cercle de centre A et de rayon 3cm.



Certains élèves avaient fait
un polygone lors de la
première activité

Un cercle n'est pas un polygone, il possède un rayon (qui va du centre jusqu'au point) et un diamètre (qui passe par le centre et c'est le double du rayon) il possède aussi des cordes: ce sont des segments qui ne passent pas par le centre. Il a plusieurs point.

C'est un cercle ~~la~~ ou le centre est A et nous avons placés des point à 3 cm du centre et en en faisant ~~le coup~~ on ~~optient~~ optient un cercle.

Le rayon de ce cercle est de 3 cm et son diamètre de 6 cm.
Ce cercle est constitué de tous les points situés à 3 cm du point A.

Travail sur le vocabulaire : qu'est-ce qu'une définition ?
Les élèves ont consulté dans la leçon les définitions déjà écrites. Des précisions ont été données par l'enseignante.
Ce genre d'activité permet aux élèves de réfléchir au sens de ce qui a été fait.
Certains élèves ont beaucoup de mal à produire un écrit personnel : ils doivent être encouragés.
Les propositions de quelques élèves ont été projetées et commentées, puis la leçon a été écrite.

C'est un cercle ~~la~~ ou le centre est A et nous avons placés des point à 3 cm du centre et en en faisant ~~le coup~~ on ~~optient~~ optient un cercle.

• Document 5 - Antisèches légales

Rep: droites (...) et (...) parallèles + droites (...) et (...) sécantes en ? donc d'après Thalès:

Thales:

ex: $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$ soit $\frac{3}{2} = \frac{AC}{4} = \frac{BC}{4}$ $AC = \frac{3 \times 4}{2}$ (produit en croix)

ex 2: $\frac{GC}{GT} = \frac{GB}{GH} = \frac{CB}{HT}$ soit $\frac{20}{15} = \frac{15}{45} = \frac{CB}{29}$ $GT = \frac{20 \times 45}{15}$ (produit en x)

Δ CALCULE = PRODUIT EN CROIX! X

si: $\frac{TS}{TE} \neq \frac{TA}{TH} = \frac{1}{2}$ (ES) et (MR) pas parallèles
 si: $\frac{TS}{TE} = \frac{TA}{TH} = \frac{1}{2}$ (ES) et (MR) parallèles.

THALES

Figure A:

Figure B:

ou

$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{EB}{DC}$ $\frac{ED}{EB} = \frac{EC}{EA} = \frac{DC}{AB}$

Trouver longueur = produit en croix
 Pour parallèles: - figure A = $\frac{AB}{AC}$ et $\frac{AE}{AD}$ = même longueur
 - figure B = $\frac{EB}{ED} = \frac{EA}{EC}$ = même longueur

MÉDIANE

NE PAS OUBLIER de mettre les données dans l'ordre CROISSANT!!!

effectif total pair → moyenne des deux valeurs centrales
 effectif total impair → valeur de la donnée centrale

MÉDIANE =

interprétation:
 Au moins 50% des données de la série sont inférieures ou égales à la médiane et au moins 50% des données de la série sont supérieures ou égales à la médiane.

ÉTENDUE

plus grande valeur - plus petite valeur

interprétation: exemple de différence
 • Il y a donc 15s entre le temps du 1^{er} coureur et du 16^e coureur.

MOYENNE ...+...+...+...

moyenne = $\frac{\text{toutes les données}}{\text{effectif total}}$

moyenne pondérée: $\frac{\dots \times \dots + \dots \times \dots}{\text{effectif total} = \dots + \dots + \dots}$

pas nécessairement une donnée de la série

interprétation: exemples

→ Si les 25 élèves d'une classe avaient travaillé de la même façon (en conservant la somme totale des notes), ils auraient tous eu 12.

→ Si la voiture était vendue au même prix dans les 28 pays (en conservant la somme totale des prix pratiqués), son prix serait de 12500€.

Statistiques:

moyenne

N. eff	13	14	15	16
Effectif	2	8	11	3

$14 \times 8 + 13 \times 2 + 15 \times 11 + 16 \times 3$
 $8 + 2 + 11 + 3$
 ⇒ 14,6
 L'âge moyen est de 14,6

Mediane

n. impair
 2; 8; 11

n. pair
 2; 3; 4; 5
 $\frac{3+4}{2} = 3,5$

Age	13	14	15	16	17
effectif	2	8	11	3	1

Cal. et tota: 25 (impair) 25:2 = 12,5 donc 25 = 12 + 1 + 12

La médiane est la 13^eme donnée, c'est 15ans. Au moins 50% des âges sont inférieurs ou égaux à 15 et supérieurs ou égaux à 15ans

Âge: $\frac{2+8+11}{25} = \frac{21}{25} = 84\%$
 Age: $\frac{11+3+1}{25} = \frac{15}{25} = 60\%$

Étendue

Si 3; 6; 12; 15; 9; 7
 regarde n. inf et n. sup
 15 - 3 = 12
 L'étendue est de 12°C

comment $\frac{240}{300}$ (inf)

Document 5 : Il a été demandé aux élèves de 3e de produire sur un A4 recto, une « antisèche » à l'occasion de la préparation d'un contrôle. S'agissant d'une antisèche, il est intéressant pour le professeur de savoir ce que les élèves pensent qu'il serait utile d'avoir à disposition pour le contrôle (propriétés, exemples, méthodes, exercices type ...) mais aussi de savoir ce qu'ils pensent être solidement acquis et donc inutile d'écrire... Il est aussi intéressant de voir les erreurs et conceptions erronées sur lesquelles peut agir le professeur. Bref : savoir comment les élèves apprennent.

Voir article de Martine Brilleaud dans PLOT n°51.

• **Document 6 - Annotations personnelles dans des cahiers de cours ou d'exercices.**

Exercice 1
Calculer la longueur du 20^{ème} parallèle de la sphère terrestre.
On prendra 6400 km pour le rayon de la terre.

$\widehat{HOH} = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$

le triangle HHO est rectangle en H , donc :

$\sin \widehat{HOH} = \frac{HH}{HO}$
 $\sin 70^\circ = \frac{HH}{6400}$

$HH = 6400 \times \sin 70^\circ$
 $HH \approx 6014 \text{ km}$

la longueur de la 20^{ème} parallèle est

$L = 2 \times \pi \times HH$
 $= 2 \times \pi \times 6014 \text{ km.}$
 $\approx 37\,787 \text{ km.}$

on cherche le périmètre du cercle à l'aide de $2 \times \pi \times R$

15 On sectionne un cône de rayon 0,9 m et de hauteur $SO = 2,1$ m par un plan perpendiculaire à la droite (SO) . Ce plan coupe (SO) en H tel que $SH = 1,4$ m. Calculer le rayon du cercle de section.

A refaire pour contrôle et la

Dillon : Pour chaque point du graphique, on a 2 informations (ici l'âge et le poids)

Remarque : Pour indiquer la lecture que l'on fait, on peut tracer des pointillés.

Exercice n° 11 p. 11 :

1) Vrai car un multiple de 5 se termine par 0 ou 5.

2) Réciproque : Si un nombre est un multiple de 5 alors ce nombre se termine par le chiffre 5.

Faux car 10 est un multiple de 5 et il ne se termine par 5.

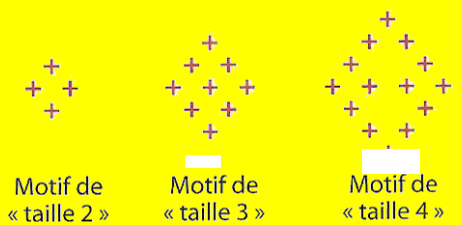
Un contre-exemple permet de prouver qu'une proposition est fautive

Document 6 : il s'agit d'annotations personnelles d'élèves dans les cahiers. On peut voir : rappel d'une formule, la mention d'un exercice type qu'il faut savoir refaire, bilan d'un exercice, points de méthode.

Remarque : si on veut que les élèves ajoutent des annotations, il faut non seulement les y autoriser explicitement mais leur apprendre à le faire.

• **Document 7 - Utiliser des écrits intermédiaires d'un camarade pour présenter son raisonnement à l'oral.**

Sujet de l'exercice donné en devoir :
Avec des rosiers, un horticulteur souhaite réaliser des motifs floraux de la forme suivante.



- Combien de rosiers lui faudra-t-il :
 - pour un motif de taille 8 ?
 - pour un motif de taille 30 ?
 - pour un motif de taille n ?

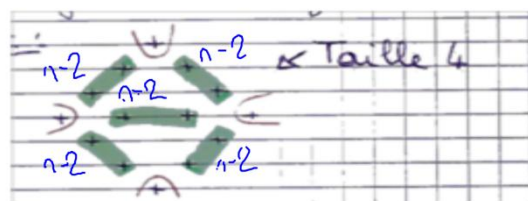
Lors de la correction, des extraits de copies ont été distribués. Un travail en groupe a été proposé :
 « Vos camarades ont fait des schémas. A partir de chacun des schémas, écrire une expression littérale qui donne le nombre de rosiers nécessaires pour le motif n. »
 Chaque groupe a présenté sa réflexion à l'oral à partir du travail projeté au tableau.

Jeanne

$N = 4 \times (m-1) + m - 2$

Le groupe a retrouvé la formule proposée par l'élève.

Sarah :



La formule de Sarah :

$$5 \times (n-2) + 4$$

Océane

$7 \times 4 = 28$
 $= 28 + 1 = 29$
 $= 29 - 2 = 27$

b. taille 20 = 20 + 19 + 19 + 18 + 18 = 94
 Il lui faudrait 94 rosiers pour motif de taille 20.

Les élèves se décentrent de leur propre raisonnement. Ils s'aperçoivent que des écrits intermédiaires suffisamment explicites permettent de retrouver le raisonnement des camarades.

La formule d'Océane : $N = n + (n-1) \times 2 + (n-2) \times 2$

Les élèves avaient pris des notes sur leur brouillon pour se souvenir du raisonnement trouvé.

• Document 8 – Des écrits qui évoluent

ex 56

A de ABC = $H \times c : 2$ → est utilisé pour désigner un point de la figure!

A = $AH \times CB : 2$ * Notation

A = $4 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} : 2$ * Justifier AH.

A = $32 \text{ cm}^2 : 2$

A = 16 cm^2

A de BCDE = $H \times c$ Tu utilises une formule?

A = $CD \times DE$

A = $3 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$

A = 24 cm^2

A de ABEDC = $ABC + BEDC$

A = $16 \text{ cm}^2 + 24 \text{ cm}^2$

A = 40 cm^2

(+95) c_3

Tu ne tiens pas compte de mes remarques toutes → A compléter

Giscard Vx. ex 56 p 224: Applique-toi

A de ABC = $h \times c : 2$ Tu mélanges les notations

A = $AH \times CB : 2$ Avec de ABC ou σ_{ABC}^2 ou $\sigma(ABC)$ ou σ_1 ...

A = $4 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} : 2$

A = $32 \text{ cm}^2 : 2$

A = 16 cm^2

A de BCDE = $h \times c$

A = $CD \times DE$

A = $3 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$

A = 24 cm^2

A de ABEDC = A de ABC + A de BEDC

A = $16 \text{ cm}^2 + 24 \text{ cm}^2$

A = 40 cm^2

Document 8 : afin d'améliorer la rédaction d'un exercice et tendre vers un écrit finalisé de bonne qualité, on instaure un va-et-vient de la copie entre l'élève et le professeur. Ici la copie est vue et annotée deux fois par le professeur. Ceci peut se faire à l'occasion de la correction d'un contrôle ou d'un devoir hors classe et pour l'un des exercices proposés (le plus mal rédigé).

• Document 9 – Dictées mathématiques

Dictée en 5e :

1. Écrire sous forme d'expression numérique :

- a) Le produit de sept et de la somme de deux et cinq.
- b) La somme de sept et du produit de deux par cinq.

Écrire sous forme d'expression littérale :

- 2. La somme du double de x et de douze.
- 3. La somme du produit de 4 par x et de 8.
- 4. Le produit de douze par la somme de x et de 7.
- 5. Le quotient du double de x par le carré de x.

① a) $(2+5) \times 7$
 b) $2 \times 5 + 7$

② $x^2 + 12$

③ $4 \times x + 8$

④ $x + 7 \times 12$

⑤ $2x : x^2$

① a. $7 \times (2+5)$

b. $7 + (2 \times 5)$

② $(2 \times x) + 12$

③ $(4 \times x) + 8$

④ $12 \times (x + 7)$

⑤ $(2 \times x) : x^2$

① a) $7 \times (2 + 5) =$

b) $7 + 2 \times 5 =$

② $2 \times x + 12 =$

b) $4 \times x + 8$

④ $12 \times (x + 7)$

⑤ $2x : x^2$

Passage de l'oral à l'écrit.

Spécificités des écrits en mathématiques (parenthèses, vocabulaire, priorité des opérations...)

4^e = ① a) $7 \times (2 + 5)$

b) $2 \times 5 + 7$

② $2(x + 12)$

③ $4 \times x + 8$

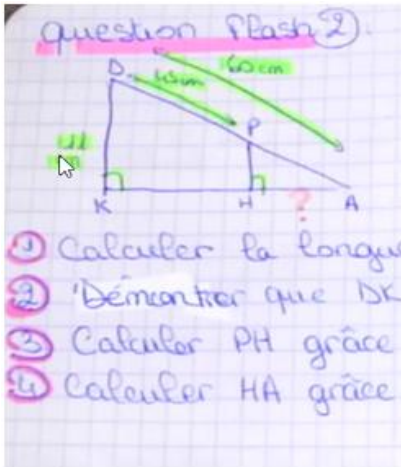
④ $12 \times (x + 7)$

⑤ $2x : x^2$

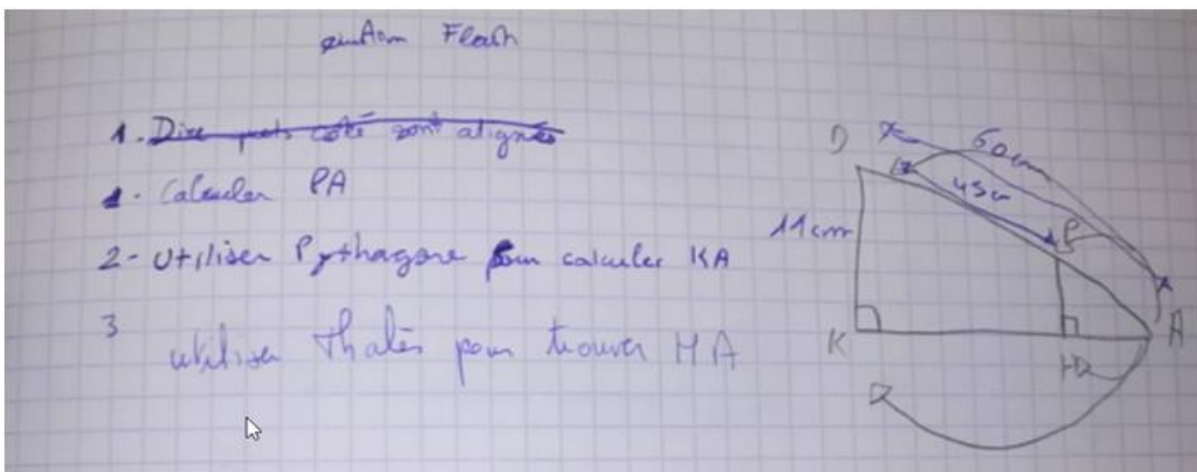
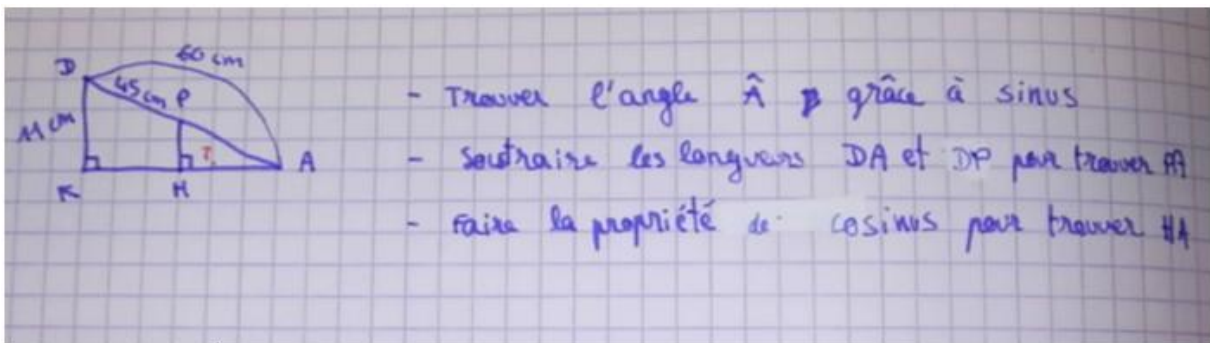
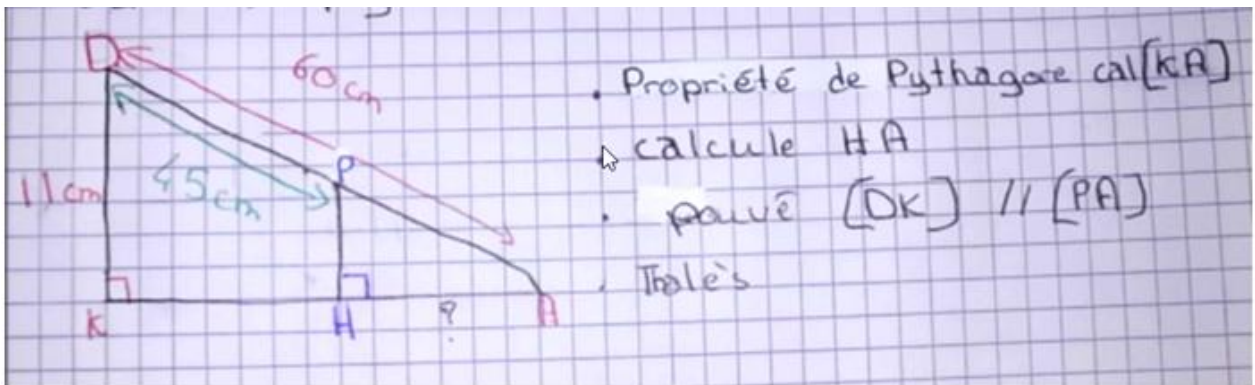
• Document 10 – Plan de travail

En question flash, on ne demande pas de résoudre un problème, mais on demande simplement de faire un « plan de travail » (ceci ayant été travaillé en amont).

Certains élèves se saisissent de cette façon de procéder pour améliorer leurs écrits intermédiaires afin de bien structurer leur raisonnement.



- 1) Calculer la longueur PA grâce à l'inégalité triangulaire
- 2) Démontrer que DK et PH sont parallèles
- 3) Calculer PH grâce au théorème de Thalès
- 4) Calculer HA grâce au théorème de Pythagore



• **Document 11 - Jouer au professeur 2 : inventer un contrôle**

Afin de préparer un contrôle, l'enseignante a demandé aux élèves d'inventer un sujet de contrôle.

Préparation du contrôle bilan du mardi 12 janvier.

Thèmes majeurs

- **Trigonométrie.** Il faut savoir :
 - calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant un angle et la longueur d'un côté.
 - calculer la mesure d'un angle d'un triangle rectangle connaissant la longueur de deux côtés du triangle.
- **Résolution d'équations.** Il faut savoir :
 - Développer, factoriser
 - Résoudre une équation du type $ax + b = c$
 - Résoudre une équation du type $ax + b = cx + d$
 - Résoudre une équation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$
 - Mettre un problème en équation
- **Volumes, solides.** Il faut savoir :
 - Reconnaître les solides
 - Calculer les volumes des solides
- **Propriété de Pythagore et sa réciproque.** Il faut savoir :
 - Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant les longueurs des deux autres côtés.
 - Prouver qu'un triangle est rectangle ou ne l'est pas connaissant les longueurs de ses trois côtés.
- **Le tableur :** Comprendre une feuille de calcul et savoir rentrer une formule dans un tableur.

Les compétences du socle et les modalités d'évaluation ont également été précisées.

Consignes pour le travail à rendre le mardi 5 janvier.

Vous devez inventer un contrôle (se mettre à la place du professeur de mathématiques). Il faudra donc rendre le sujet que vous aurez élaboré.

Productions des élèves :

Exercice 1:
 Pour faire rouler un ballon Samuel a construit un plan incliné de 40° , la base mesure 20 cm de long et l'angle \hat{A} est un angle droit.
 Quelle est la longueur de la pente? Donner l'arrondi au dixième près de la longueur BC en cm.

Les élèves doivent bien se demander ce que l'on attend d'eux. Rédiger l'énoncé d'un exercice amène à se poser beaucoup de questions. Même si certains s'aident du livre et d'internet, le choix d'un exercice nécessite aussi de la réflexion.

La rédaction d'un énoncé est un écrit riche.

Exercice 1:
 a) Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $\hat{A} = 90^\circ$ et $AC = 4$ cm.
 Calculer BA.

On ne peut pas faire

Certains élèves rédigent les solutions des exercices proposés.

D'autres posent des problèmes impossibles à résoudre.

IV- Ryan souhaite calculer des nombres impairs en fonction de la variable x .

- 1) Exprimer un nombre impair en fonction de x .
- 2) Calculer ce nombre pour $x = 1$ puis pour $x = 10$.

	A	B
1	x	...
2	1	...
3	2	...

3) Remplisser la case B1 avec le nombre impair en fonction x .
Que faut-il écrire dans la cellule B2 avant de l'étirer?

4) Compléter le tableau avec les nombres impairs adéquats.

II-

1. Soit ABC un triangle rectangle en B tel que $\hat{C} = 57^\circ$ et $AB = 6\text{cm}$. Calcule AC. Tu arrondiras au centimètre près.

Astuce: Pour t'aider dessine le triangle, et reporte toutes les informations que tu as sur lui.

Des conseils méthodologiques sont rédigés.

- Document 12 – Préparer des questions sur la leçon à poser à ses camarades

1 additionner
Comment ~~calculer~~ ~~des~~ fractions avec un nombre entier? Ex: $\frac{3}{7} + 8$

2 Comment additionner deux fractions avec deux dénominateurs différents

3 Calculer $\frac{8}{7} - (\frac{9}{21} + \frac{4}{14}) + \frac{1}{7}$

4 Quel calcul doit-on effectuer en premier dans $\frac{8}{9} \times \frac{4}{9} + (\frac{7}{9} \times \frac{1}{1})$

5 Calculer $\frac{20}{10} + \frac{1}{1} + \frac{30}{3}$

Document 12 : pour inciter les élèves à s'approprier la leçon, on leur demande, outre les traditionnels exercices d'application à faire hors la classe, de préparer à l'écrit des questions sur la notion qui pourront être posées à leurs camarades la séance suivante. Evidemment les réponses devront être connues. Le professeur vérifie ce travail et demande à un élève, en projetant ses questions, d'interroger ses camarades.