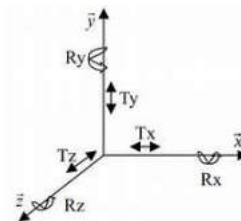


Document à destination des enseignants de Sciences Physiques et de Sciences de l'Ingénieur
Éléments de description des programmes, points de vigilance, exemples... pour faciliter l'articulation des deux disciplines

Sciences Physiques	Sciences de l'Ingénieur
MOUVEMENT DU POINT	MOUVEMENT DU POINT ET DU SOLIDE
<p>Le programme de terminale permet d'aborder explicitement les notions de vecteurs vitesse et accélération.</p> <p>L'élève doit être capable de :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Citer et exploiter les expressions des coordonnées des vecteurs vitesse et accélération dans le repère de Frenet, dans le cas d'un mouvement circulaire. - Caractériser le vecteur accélération pour les mouvements suivants : rectiligne, rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré, circulaire, circulaire uniforme. 	<p>Le programme de terminale permet de développer les compétences (<i>titre en gras</i>) et connaissances associées (<i>puces</i>) qui suivent.</p> <p>L'élève doit être capable de :</p> <p>Modéliser les mouvements</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trajectoires et mouvement • Liaisons (cinématiques) • Torseurs cinématiques <p>Déterminer les grandeurs géométriques et cinématiques d'un mécanisme</p> <ul style="list-style-type: none"> • Positions, vitesses et accélérations linéaire et angulaire sous forme vectorielle • Champ des vitesses • Composition des vitesses dans le cas d'une chaîne ouverte • Loi d'entrée/sortie d'un mécanisme dans le cas d'une chaîne fermée (fermeture géométrique) <p>Compléments sur les connaissances associées :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mécanique du point <ul style="list-style-type: none"> ○ bases, repères et référentiels ○ fermeture géométrique ○ dérivée d'un vecteur position exprimé dans la base de dérivation • Mécanique du solide <ul style="list-style-type: none"> ○ torseur cinématique ○ composition des mouvements
<p>Points de vigilance, commentaires...</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Mécanique du point : l'étude du mouvement d'un système se réduit à l'étude du mouvement du centre de masse. La rotation d'un système n'est pas un objet d'étude, la notion de moment n'est donc pas étudiée. Le programme de la classe de 2nde le précise bien : « Décrire le mouvement d'un système par celui d'un point et caractériser cette modélisation en termes de perte d'informations. » ▪ Repère de Frenet : son utilisation est, dans les exercices, le plus souvent associée à un mouvement circulaire uniforme de satellites ou de planètes (donc pas d'accélération tangentielle) même si l'analyse d'un mouvement circulaire accéléré ou ralenti n'est pas exclue. Voir Question 6 - Sujet - Métropole - J2 - 2022 - J2 - Rame De Métro ▪ La vitesse angulaire : elle n'est pas au programme mais peut être l'objet de questions pour un élève de SI. Voir Question 4 - Sujet - Centre Etranger - J2 - 2023 - Essoreuse Asalade ▪ La mécanique des fluides : elle n'est pas abordée en terminale dans l'enseignement complémentaire de sciences physiques. Cependant en classe de première, la loi fondamentale de la statique des fluides ($\Delta p = - \rho \times g \times \Delta z$) ou celle de Mariotte ont été travaillées. 	<p>Remarque : il est vivement conseillé que ses compétences soient acquises en fin de 1ère.</p> <p>Objets d'étude cinématique - Contexte</p> <p>Les systèmes objets d'étude cinématique en SI sont des ensembles mécaniques composés d'éléments solides, rigides ou élastiques, en liaisons mobiles les uns par rapport aux autres. Les mobilités envisagées sont les 6 déplacements élémentaires possibles entre deux éléments sans contact relatif dans un repère cartésien :</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 translations (chacune le long d'un axe) ; • 3 rotations (chacune autour d'un axe). <p>Chaque élément du mécanisme considéré est un composant simple, ou un groupe de pièces sans mobilité relative entre elles (donc en liaison complète).</p> <p>Les liaisons mobiles autorisent une ou plusieurs mobilités. Les éléments (solides) ainsi considérés peuvent rarement être ramenés à un point affecté d'une masse.</p> <p>L'étude du comportement de ces "mécanismes" en SI aborde par conséquent tous les cas de mouvement possibles dans l'espace tridimensionnel. Néanmoins, les études de cas sont le plus souvent limitées à des problèmes plans : translations possibles dans ce plan et/ou rotations autour d'un axe fixe perpendiculaire à ce plan.</p> <p>Les obstacles à la bonne compréhension des élèves :</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Difficultés mathématiques (équations horaires qui sont des "fonctions de t", tendance à remplacer cette variable par des "valeurs"...</i> • <i>Compréhension "mentale" des systèmes étudiés parfois difficile selon les documents fournis (apports positifs des modèles 3D)</i>



Notation, relations, grandeurs

Les notions de vecteur vitesse et vecteur accélération sont construites progressivement de la 2^{nde} à la terminale. D'abord approximés en 2^{nde} et en 1^{ère} comme des variations sur un petit intervalle de temps

$$\vec{v} = \frac{\overline{MM'}}{\Delta t} \quad \text{et} \quad \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}' - \vec{v}}{\Delta t}$$

En terminale ces vecteurs sont définis comme des vecteurs dérivés $\vec{v} = \frac{d\overline{OM}}{dt}$ et $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

Ainsi les coordonnées de ces vecteurs sont écrites à partir des notations différentielles

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad \text{et} \quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Les notations suivantes ne sont pas utilisées en terminale

$$v_x = x' \quad v_x = \dot{x} \quad a_x = x'' \quad a_x = \ddot{x}$$

Points de vigilance, commentaires...

- La vitesse est notée petit *v*, la majuscule *V* étant réservée pour le volume.
- En physique, la valeur (la norme, l'intensité) d'un vecteur (force, accélération, vitesse...) est forcément positive : la valeur d'accélération pour **un mouvement ralenti ne peut pas être négative**. C'est la composante (parfois appelée coordonnée) qui sera positive ou négative selon le contexte.

Exemple :

[Sujet2022-Gyropode-AvecNotationsRigoureuses+Loi2DeNewton](#)

Précisions sur les attendus :

Mouvement d'un solide (par rapport à un solide de référence)

- rotation
 - autour d'un point (rotule)
 - autour d'un axe (pivot)
- translation
 - rectiligne,
 - circulaire
 - curviligne
- les mouvements peuvent être uniformes (accélération nulle - vitesse constante) ou uniformément variés (accélérés - accélération positive - ou décélérés ou ralentis - accélération négative)

Trajectoire d'un point (appartenant à un solide en mouvement par rapport à un solide de référence)

- identification : reconnaissance et description littérale et/ou mathématique
- traçage ou construction graphique (problèmes plans)

Equations horaires du mouvement d'un solide/d'un point

- translation (mouvement du solide défini par celui d'un de ses points)
 - accélération
 - vitesse
 - position
- rotation (autour d'un axe fixe)
 - accélération angulaire
 - vitesse angulaire
 - position angulaire
 - vecteur accélération et vecteur vitesse d'un point du solide, fonction de sa position par rapport au centre de rotation - repère de Frenet ou repère absolu

Points de convergence et différences d'approche

Sciences Physiques	Sciences de l'Ingénieur
Notions de MOUVEMENTS	
<p>Un mouvement peut être qualifié de :</p> <p>RECTILIGNE (si la trajectoire est une droite ou un segment de droite)</p> <p>CIRCULAIRE (si la trajectoire est cercle ou un arc de cercle)</p> <p>CURVILIGNE (si la trajectoire est une courbe quelconque)</p>	<p>Les caractéristiques d'un mouvement sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Son point d'application (point de départ, d'origine du vecteur) - Sa direction (ou droite d'action) ; - Son sens ; - Sa norme (sa valeur ou intensité).
<p>Vecteur Vitesse</p> $\vec{V}(t) = \frac{d\overline{OM}}{dt}$ $V_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ $V_y(t) = \frac{dy(t)}{dt}$	<p>Vecteur Accélération</p> $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}}{dt}$ $a_x(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$ $a_y(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2}$

Sciences Physiques

Sciences de l'Ingénieur

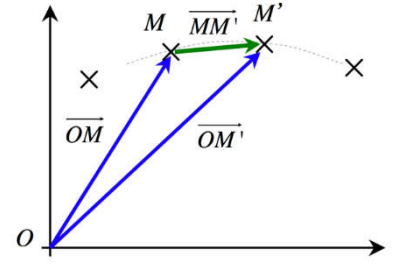
Vitesse et Accélération

On peut repérer la position d'un mobile M à l'aide de ses coordonnées : $\vec{OM} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Vecteur vitesse

Le vecteur vitesse instantanée d'un système M est la dérivée par rapport au temps de son vecteur position.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{MM}'}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{OM}}{\Delta t} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \quad \text{avec} \quad \vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \\ v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} \\ v_z(t) = \frac{dz(t)}{dt} \end{cases}$$



Vecteur accélération

Le vecteur accélération instantanée d'un système M est la dérivée par rapport au temps de son vecteur vitesse.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{avec} \quad \vec{a}(t) \begin{cases} a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} \\ a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} \\ a_z(t) = \frac{dv_z(t)}{dt} \end{cases}$$

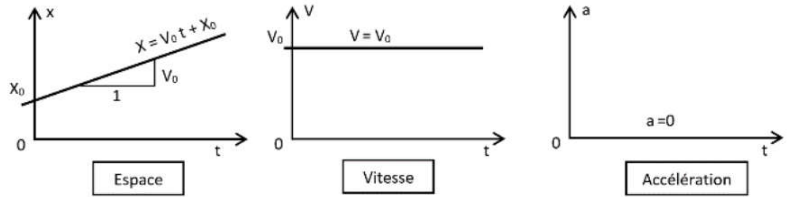
Mouvement rectiligne uniformément varié

- Le vecteur vitesse n'est pas constant.
- Le vecteur accélération est constant.
- Les vecteurs vitesse et accélération ont la direction du mouvement.
- S'il y a accélération, alors le vecteur accélération est dans le sens du mouvement
- S'il y a décélération ou ralentissement alors le vecteur accélération s'oppose au mouvement.

Mouvement rectiligne uniforme

Equations du mouvement et allures typiques :

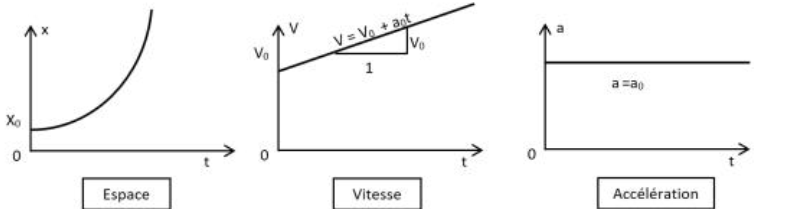
$$\begin{aligned} a &= 0 \\ v &= \frac{dx}{dt} = v_0 = \text{constante} \\ x &= v_0 t + x_0 \end{aligned}$$



Mouvement rectiligne uniformément accéléré

Equations du mouvement et allures typiques :

$$\begin{aligned} a &= a_0 = \text{constante} \\ v &= \frac{dx}{dt} = a_0 t + v_0 \\ x &= a_0 \frac{t^2}{2} + v_0 t + x_0 \end{aligned}$$



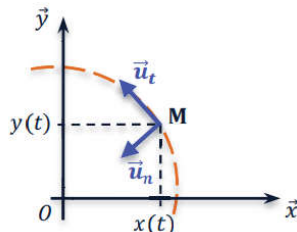
En sciences physiques ces équations sont à démontrer alors qu'en SI elles sont considérées comme connues.

Vitesse et accélération

Mouvement circulaire uniforme

$$\begin{aligned} v(t) &= \text{constante} \\ \vec{a}(t) &= \frac{v^2}{R} \cdot \vec{u}_n \end{aligned}$$

Les vecteurs unitaires de la base de Frenet peuvent aussi être notés \vec{T} et \vec{N} .



Mouvement circulaire uniforme varié

$$\begin{aligned} v(t) &\neq \text{constante} \\ \vec{a}(t) &= \frac{dv}{dt} \cdot \vec{u}_t + \frac{v^2}{R} \cdot \vec{u}_n \end{aligned}$$

Mouvement de rotation

Vitesse angulaire

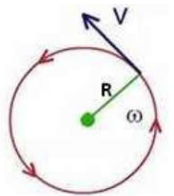
$$\omega = \frac{\theta}{\Delta t}$$

ω : vitesse angulaire (rad/s)
 θ : angle balayé (rad)
 Δt : durée de rotation (s)

Vitesse linéaire

$$v = R \cdot \omega$$

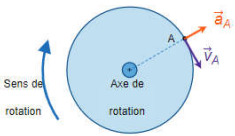
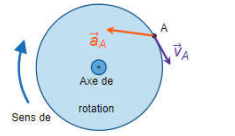
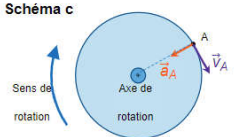
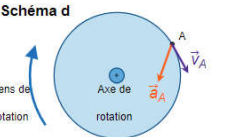

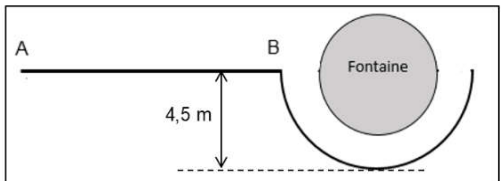
v : vitesse (m/s)
 R : distance avec l'axe de rotation (m)
 ω : vitesse angulaire (rad/s)



Cas d'une rotation uniformément accélérée

$$a = a_0 = \text{constante}; \quad \frac{d\theta}{dt} = a_0 t + \theta_0; \quad \theta = a_0 \frac{t^2}{2} + \theta_0 t + \theta_0$$

EXTRAITS DE SUJETS DE BAC DE SCIENCES PHYSIQUES

QUESTIONS	ELEMENTS DE CORRECTION
<p>Question6-Sujet-Métropole-J2-2022-J2-RameDeMétro</p> <p>Q6. Sélectionner parmi les quatre schémas ci-dessous celui qui représente correctement les vecteurs vitesse \vec{v}_A et accélération \vec{a}_A d'un point A de la périphérie du volant d'inertie en rotation lorsque la vitesse de rotation du rotor diminue. Justifier.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Schéma a</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>Schéma b</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>Schéma c</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>Schéma d</p>  </div> </div> <p>Le cylindre du SSI a un rayon $R = 35$ cm et tourne à une vitesse constante. La valeur de la vitesse du point A est alors $v_A = 280$ m.s⁻¹.</p> <p>Q7. Exprimer et calculer la valeur de la composante normale a_{An} du vecteur accélération \vec{a}_A dans le repère de Frenet. Comparer cette valeur à celle, supposée connue, de l'intensité de la pesanteur. Commenter.</p>	<p>Q6. Sélectionner parmi les quatre schémas ci-dessous celui qui représente correctement les vecteurs vitesse \vec{v}_A et accélération \vec{a}_A d'un point A de la périphérie du volant d'inertie en rotation lorsque la vitesse de rotation du rotor diminue. Justifier.</p> <p>Par définition, dans le repère de Frenet, $\vec{a}_A = \frac{dv_A}{dt} \vec{u}_t + \frac{v_A^2}{R} \vec{u}_n$.</p> <p>Si la vitesse du rotor diminue alors $\frac{dv_A}{dt} < 0$, donc la composante a_{At} du vecteur \vec{a}_A suivant \vec{u}_t est négative, donc de sens opposé à \vec{u}_t.</p> <p>Sur le schéma a et c, elle est nulle. Sur le schéma b, elle est bien négative. Sur le schéma d, elle est positive.</p> <p>On retient le schéma b.</p> <p>Q7. Exprimer et calculer la valeur de la composante normale a_{An} du vecteur accélération \vec{a}_A dans le repère de Frenet. Comparer cette valeur à celle, supposée connue, de l'intensité de la pesanteur. Commenter.</p> $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t + \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$ $\vec{a}_A = a_{At} \vec{u}_t + a_{An} \vec{u}_n$ $a_{An} = \frac{v_A^2}{R}$ $a_{An} = \frac{280^2}{0,35} = 2,2 \times 10^5 \text{ m.s}^{-2} \gg g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ <p>Le rotor du volant d'inertie est soumis à une accélération énorme. Il faut donc un matériau extrêmement solide pour ne pas être déformé lors de la rotation.</p> <p>Autres réponses possibles</p> <p>Q6. La vitesse diminue si le vecteur accélération est de sens opposé au vecteur vitesse ...</p> <p>Q7. Pour un mouvement circulaire uniforme, $a = \frac{v^2}{R}$...</p>
<p>Question4-Sujet-CentreEtranger-J2-2023-EssoreuseAsalade</p> <p>La vitesse de rotation du panier est mesurée avec un tachymètre laser. Un petit dispositif placé sur une bande noire collée au panier renvoie le faisceau laser à chaque tour. La bande noire évite les réflexions parasites de la lumière laser. Le tachymètre indique une valeur de 1150,7 tours par minute (noté RPM pour Revolutions Per Minute) pour la valeur de la vitesse de rotation du panier de l'essoreuse.</p>  <p>Figure 2. Tachymètre laser avec affichage de la vitesse de rotation en tours par minute</p> <p>Q4. En utilisant la valeur mesurée par le tachymètre, montrer que la valeur de la vitesse du point A est $v_A = 14,2$ m.s⁻¹. Exprimer cette vitesse en km.h⁻¹.</p>	<p>Q4. La vitesse étant constante, on peut écrire : $v_A = \frac{d}{\Delta t}$</p> <p>Le point effectue 1150,7 tours par minute, or chaque tour correspond au périmètre d'un cercle de diamètre D donc : $d = 1150,7 \times \pi \times D$ et $\Delta t = 1$ min</p> $v_A = \frac{1150,7 \times \pi \times 23,5 \times 10^{-2} \text{ m}}{1 \times 60 \text{ s}} = 14,2 \text{ m.s}^{-1} = 14,2 \times 3,6 \text{ km.h}^{-1} = 51,1 \text{ km.h}^{-1}$ <p>Rq : on garde 3 CS car il y a 5 CS sur la donnée du nombre de tours et 3 CS sur le diamètre D.</p> <p>Variante : $v_A = r \cdot \omega = (D/2) \cdot \omega$</p> $v_A = \left(\frac{0,235}{2} \text{ m} \right) \times \frac{1150,7 \times 2 \times \pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 14,2 \text{ m.s}^{-1}$
<p>Sujet2022-Gyropode-AvecNotationsRigoureuses+Loi2DeNewton</p> <p>Le conducteur d'un gyropode circule en ligne droite sur une grande place à la vitesse de 16 km.h⁻¹. Avant de contourner une fontaine circulaire, il freine entre A et B (figure 2), diminuant sa vitesse à 10 km.h⁻¹ en 1,1 s.</p>  <p>Figure 2. Schéma de la situation.</p> <p>Le vecteur accélération est considéré constant entre A et B.</p> <ol style="list-style-type: none"> Déterminer la direction et le sens du vecteur accélération entre A et B et montrer que sa valeur est environ 1,5 m.s⁻². Calculer la distance parcourue du point A au point B. <i>Le candidat est invité à prendre des initiatives, notamment sur les valeurs numériques éventuellement manquantes, et à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti.</i> <p>On note \vec{F}_T l'ensemble des forces de frottement considéré constant quelle que soit la masse du conducteur et de ses équipements, et ceci durant la totalité de la phase de freinage entre A et B.</p> <ol style="list-style-type: none"> Déterminer, en détaillant le raisonnement, la valeur F_T de la force \vec{F}_T. 	<ol style="list-style-type: none"> D'après l'énoncé, le système étudié a un mouvement rectiligne uniformément ralenti : le vecteur vitesse a donc pour direction l'axe (AB) et il est orienté de B vers A (dans le sens opposé au mouvement). On définit un axe horizontal Ox porté par la droite (AB) et orienté positivement de A vers B. Par définition $\vec{a} = \frac{dv}{dt}$, par projection sur l'axe Ox on obtient $a_x = \frac{dv_x}{dt}$. On considère que le mouvement est uniformément ralenti $a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$. $a_x = \frac{(10 - 16) \text{ km}}{1,1 \text{ s}} = \frac{(10 - 16) \times 10^3 \text{ m}}{1,1 \text{ s}} = -1,5 \text{ m.s}^{-2}$ <p>$a_x < 0$ donc le vecteur \vec{a} est bien orienté de B vers A, il a pour direction la droite (AB). $a = \vec{a} = \sqrt{a_x^2} = 1,5 \text{ m.s}^{-2}$</p> <ol style="list-style-type: none"> On cherche à établir l'équation horaire $x(t)$. D'après la question 1. $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ avec $a_x = -1,5 \text{ m.s}^{-2}$ En primitivant : $v_x = -1,5t + C_1$, or à $t = 0$, $v_x = v_A$ donc $v_x = -1,5t + v_A$ Par définition $v_x = \frac{dx}{dt}$, ainsi en primitivant on obtient : $x = -1,5 \frac{t^2}{2} + v_A t + C_2$, or à $t = 0$, $x = x_A$ donc $x(t) = -0,75t^2 + v_A t + x_A$. À l'instant $t_B = 1,1$ s, le système est en B $x(t_B) = -0,75t_B^2 + v_A t_B + x_A$ La distance AB égale à $x(t_B) - x(t_A)$ donc $AB = -0,75t_B^2 + v_A t_B$ $AB = -0,75 \times 1,1^2 + \frac{16}{3,6} \times 1,1 = 4,0 \text{ m}$ Première méthode : Appliquons la 2^{ème} loi de Newton au système {gyropode et conducteur} dans le référentiel terrestre considéré galiléen : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$ Le système étant soumis à son poids \vec{P}, la réaction normale du sol \vec{R} et les frottements \vec{F}_T : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_T = m \vec{a}$ En projetant sur l'axe du mouvement : $P_x + R_x + F_{Tx} = m a_x$ Comme \vec{F}_T et \vec{a} sont orientés vers l'arrière, $0 + 0 - F_T = -m a$ Ainsi $F_T = m a$. $F_T = 110 \times 1,5 = 1,7 \times 10^2 \text{ N}$.

4. À l'aide de la deuxième loi de Newton, discuter l'efficacité du freinage entre A et B si le conducteur avait porté un sac à dos de 10 kg, les forces de frottements n'ayant pas varié. Aucun calcul n'est attendu.

Le conducteur cherche à contourner la fontaine en faisant un mouvement circulaire à la vitesse constante de 10 km.h⁻¹.

5. Justifier l'existence d'un vecteur accélération du système alors que la valeur de la vitesse reste constante et donner les caractéristiques de ce vecteur accélération en précisant sa direction, son sens et sa valeur.

Lors d'un mouvement circulaire avec ce gyropode, l'accélération ne doit pas dépasser 2,5 m.s⁻² pour éviter tout basculement.

6. Préciser, en présentant un raisonnement, si le freinage entre A et B était nécessaire pour éviter un basculement.

4. En reprenant la démonstration précédente mais pour un système de masse $m' > m$:
 $F_f = m'.a'$ donc $a' = \frac{F_f}{m'}$.

Comme $m' > m$ et que F_f n'a pas changé, $a' < a$ donc l'accélération est plus faible : le freinage entre A et B serait moins efficace.

Remarque : on retrouve la notion d'inertie : la masse s'oppose aux effets de la force, plus la masse d'un système est importante et plus il est difficile de le mettre en mouvement ou de modifier son mouvement.

5. $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ or ici le vecteur vitesse change de direction donc $\frac{d\vec{v}}{dt} \neq \vec{0}$

Le mouvement est circulaire uniforme (car la vitesse reste constante) donc le vecteur accélération \vec{a} :
- est radial, il a pour direction le rayon du cercle ;
- est centripète, il est orienté vers le centre du cercle ;

$$- a \text{ pour valeur } a = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(\frac{10}{3,6}\right)^2}{4,5} = 1,7 \text{ m.s}^{-2}$$

6. **Méthode 1 :** Notons a_{\max} la valeur de l'accélération à ne pas dépasser ($a_{\max} = 2,5 \text{ m.s}^{-2}$) :

$$a_{\max} = \frac{v_{\max}^2}{R} \Leftrightarrow v_{\max} = \sqrt{R.a_{\max}}$$

$$v_{\max} = \sqrt{4,5 \times 2,5} = 3,4 \text{ m.s}^{-1} = 3,4 \times 3,6 \text{ km.h}^{-1} = 12 \text{ km.h}^{-1}$$

La vitesse en A était de 16 km.h⁻¹ donc largement supérieure : le freinage était nécessaire.

$\sqrt{4,5 \times 2,5}$	3,354101966E0
Rep*3.6	1,207476708E1