

Le moteur à courant continu

Modélisation causale

Table des matières

1. Le modèle causal d'un moteur à courant continu.....	2
2. Le modèle Simulink du moteur à courant continu.....	3
2.1 Des équations du MCC au modèle Simulink.....	3
2.2 Construction du modèle Simulink.....	5
A. La fenêtre Simulink.....	5
B. Choix des blocs.....	6
C. Paramétrisation des blocs.....	8
3. Modélisation du motoréducteur FIT0520.....	12
A. Spécifications techniques du motoréducteur FIT0520.....	13
B. Modification du modèle Simulink pour prendre en compte le réducteur.....	13

1. Le modèle causal d'un moteur à courant continu

Modéliser un moteur à courant continu (MCC) suppose établir la relation entre sa vitesse de rotation et la tension appliquée à ses bornes.



Les équations du MCC sont données ci-dessous :

$$\begin{aligned}u(t) &= e(t) + R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} \\e(t) &= K_e \omega_m(t) \\J \frac{d\omega_m(t)}{dt} &= C_m(t) - C_r(t) - f \omega_m(t) \\C_m(t) &= K_m \cdot i(t)\end{aligned}$$

$u(t)$ = tension appliquée aux bornes du moteur [V]

$e(t)$ = force électromotrice [V]

$i(t)$ = le courant [A]

$C_m(t)$ = le couple moteur [N.m]

$C_r(t)$ = le couple résistant [N.m]

$\omega_m(t)$ = la vitesse de rotation du moteur [rad/s]

R = la résistance des armatures du moteur [Ω]

L = l'inductance des armatures du moteur [H]

J = l'inertie du moteur [kg.m²]

f = coefficient de frottement [N.m.s]

K_m = constante du couple moteur [N.m/A]

K_e = constante de force électromotrice [V.s/rad]

Le système d'équations du MCC est un système d'équations différentielles couplées, difficile à résoudre sous cette forme. Mais en leur appliquant une transformée de Laplace, ces équations deviennent algébriques et le système linéaire.

Ce système d'équations pourra être associé facilement à un diagramme bloc qui sera la base du modèle numérique Simulink.

2. Le modèle Simulink du moteur à courant continu

2.1 Des équations du MCC au modèle Simulink

Pour construire le modèle causal du MCC , on applique d'abord la transformée de Laplace aux équations du MCC. Chaque grandeur $f(t)$ dépendant du temps aura une transformée de Laplace, notée $F(s)$:

$$f(t) \rightarrow F(s)$$

La transformée de Laplace et la dérivée :

$$f'(t) \rightarrow sF(s) - f(0)$$

Les grandeurs et les transformées de Laplace associées sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Grandeur	$u(t)$	$i(t)$	$e(t)$	$\omega(t)$	$C_m(t)$	$C_r(t)$
Transformée de Laplace	U	I	E	Ω	$F(C_m)$	$F(C_r)$

Tableau 1

Le système d'équations du MCC deviendra :

$$U = E + RI + sL \cdot (I + i(0))$$

$$E = K_e \Omega$$

$$sJ\Omega - J\omega_m(0) = F(C_m) - F(C_r) - f\Omega$$

$$F(C_m) = K_m I$$

L'intensité du courant ainsi que la vitesse de rotations sont égales à zéro au moment initial, donc, dans le système d'équations antérieur les termes correspondants seront nuls : $i(0)=0$ et $\omega_m(0)=0$.

On peut donc mettre le système d'équations du MCC en espace de Laplace sous une forme qui sera ensuite facile à associer à un diagramme bloc :

$$(U - E) \frac{1}{Ls + R} = I$$

$$E = K_e \Omega$$

$$(F(C_m) - F(C_r)) \frac{1}{Js + f} = \Omega$$

$$F(C_m) = K_m I$$

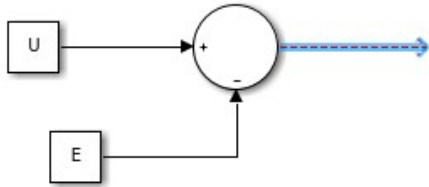
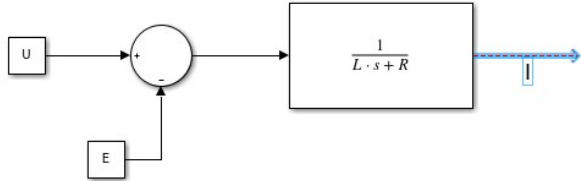
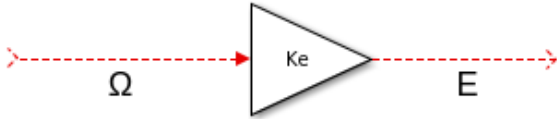
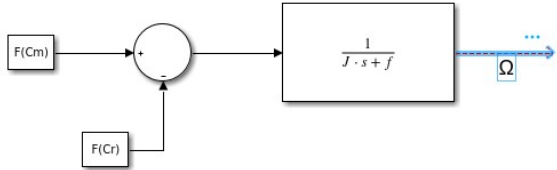
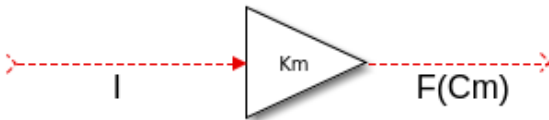
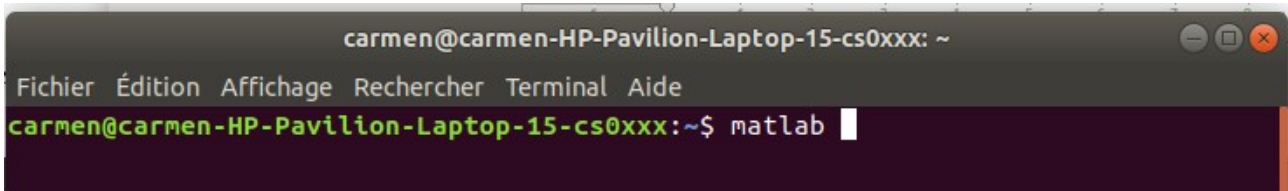
Équation	Blocs associés
$U - E$	
$(U - E) \frac{1}{Ls + R} = I$	
$E = K_e \Omega$	
$(F(C_m) - F(C_r)) \frac{1}{Js + f} = \Omega$	
$F(C_m) = K_m I$	

Tableau 2

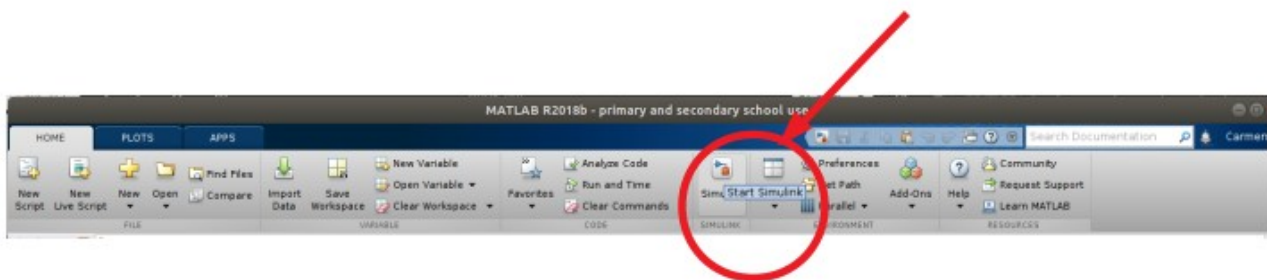
2.2 Construction du modèle Simulink

A. La fenêtre Simulink

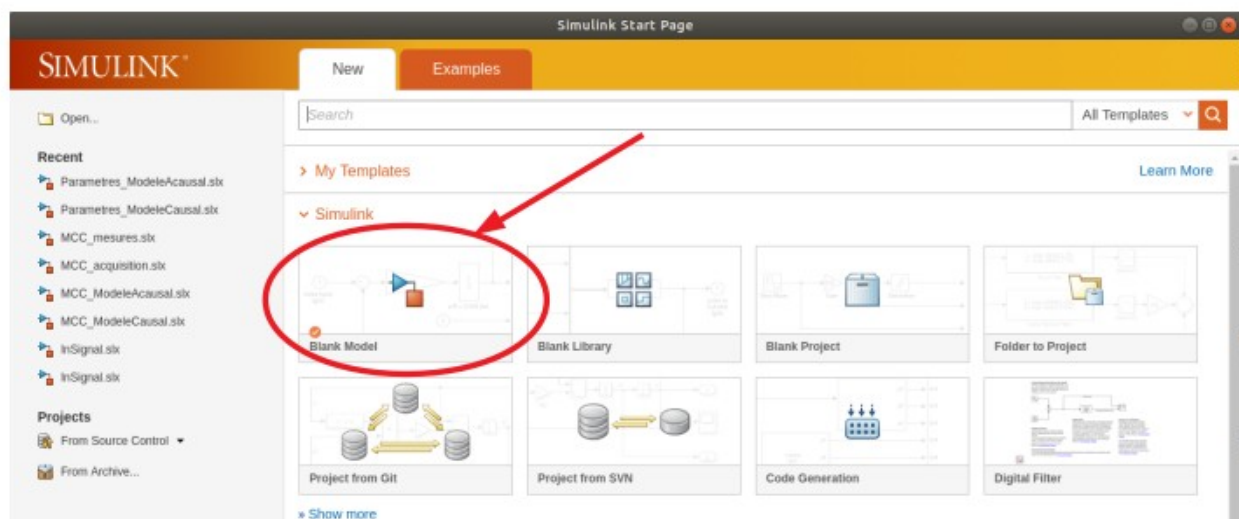
Lancer Matlab en ligne de commande :



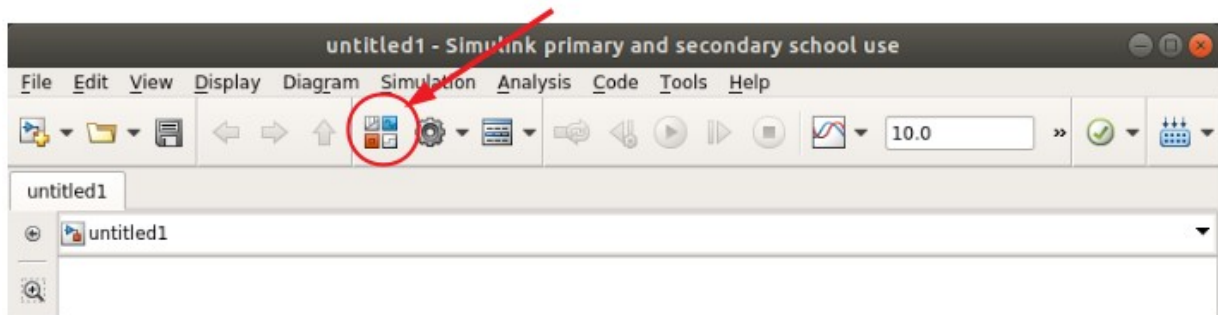
Lancer Simulink :



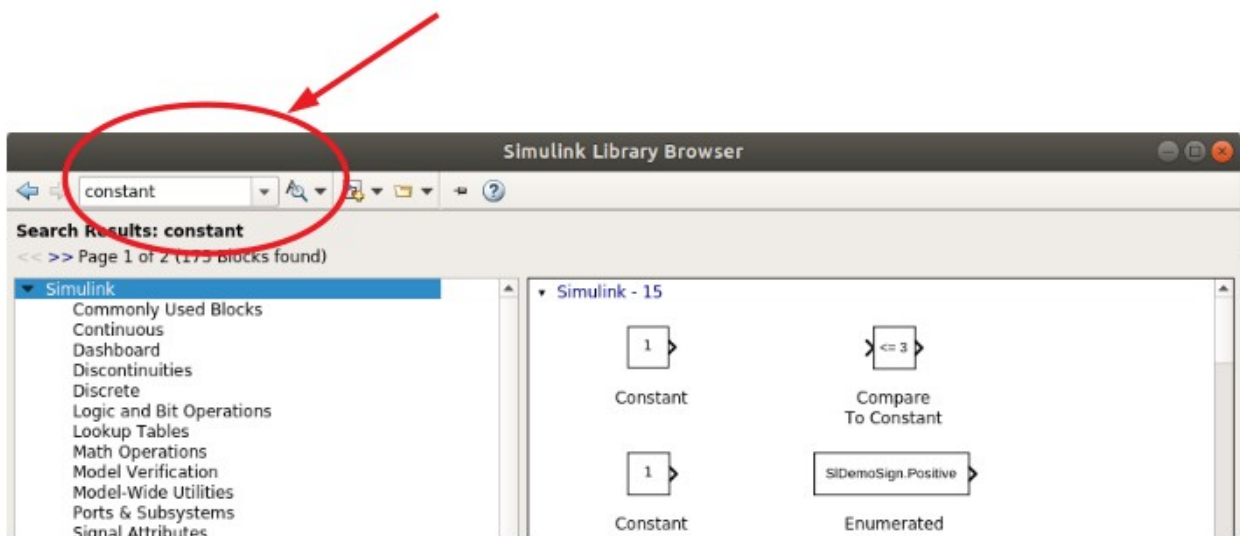
Dans Simulink lancer un nouveau modèle :



Lancer la bibliothèque Simulink :





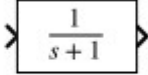


Dans la bibliothèque Simulink on pourra trouver facilement les blocs nécessaires à la construction du modèle à l'aide de la fonction « Search »



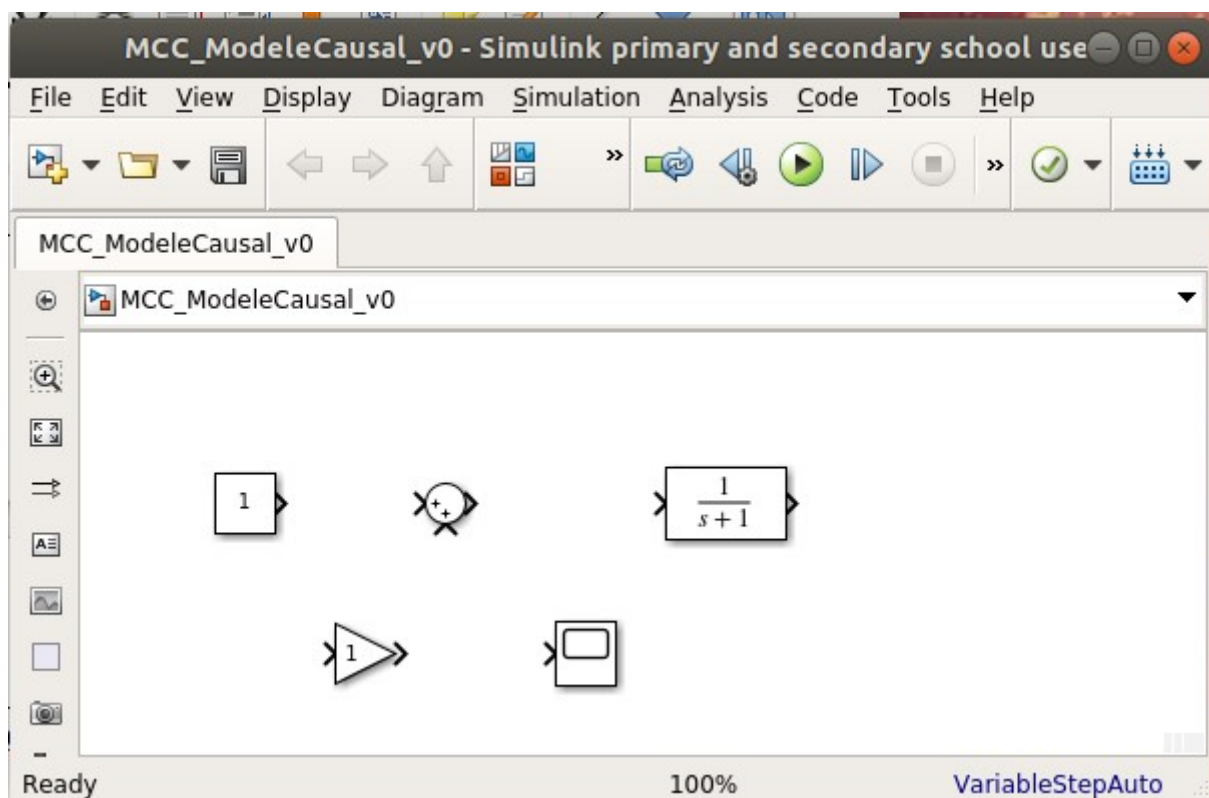
B. Choix des blocs

Les blocs nécessaires à la construction du modèle sont indiqués dans le **Tableau 3** ci-dessous :

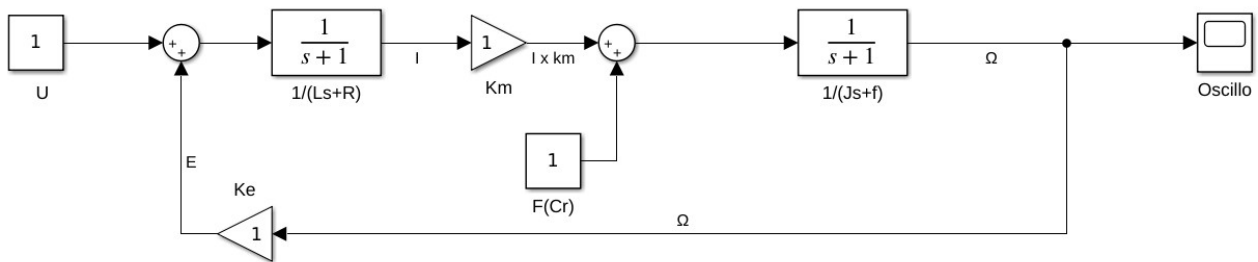
Nom et rôle du bloc	Bloc Simulink	Bibliothèque
« Constant » Tension	 Constant	Simulink/Commonly Used Blocks

« Sum » Soustraction ou Addition	 Sum	Simulink/Commonly Used Blocks
« Transfer Fcn » Fonction de transfert	 Transfer Fcn	Simulink/Continuous
« Gain » Multiplication par une constante	 Gain	Simulink/Commonly Used Blocks
« Scope » Oscilloscope	 Scope	Simulink/Commonly Used Blocks

Sélectionner les blocs Simulink et les déposer dans la fenêtre de travail. Vous devriez avoir une fenêtre comme celle de la figure ci-dessous :

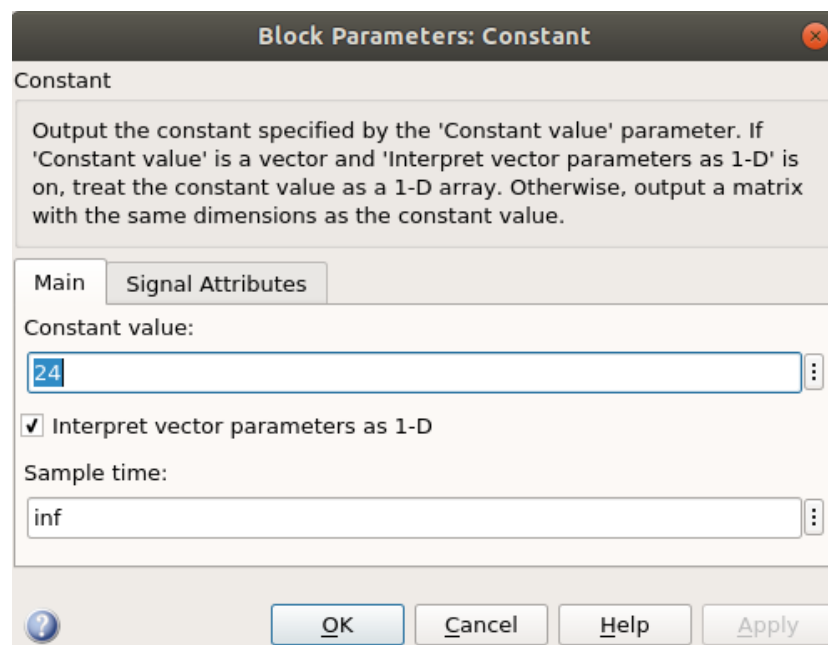


Assembler ensuite les blocs pour obtenir des groupes comme ceux du **Tableau 2**. Relier les groupes entre eux pour obtenir le modèle ci-dessous :

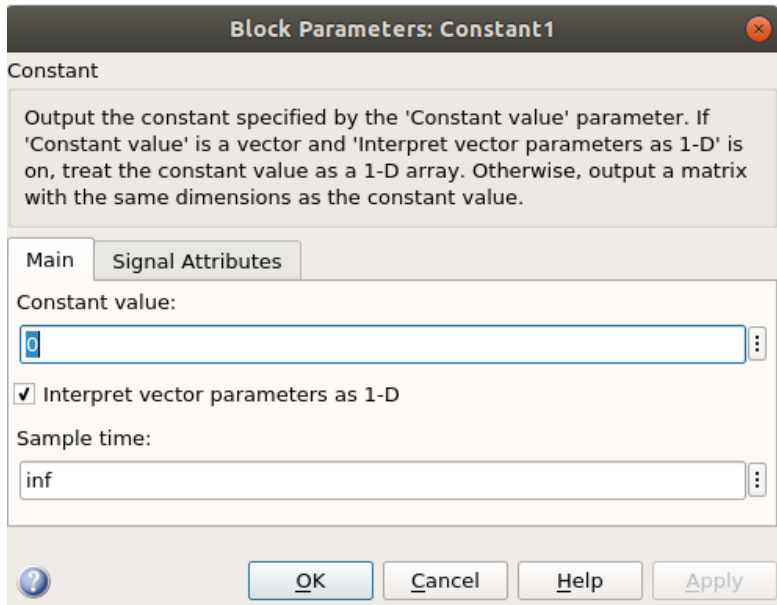


C. Paramétrisation des blocs

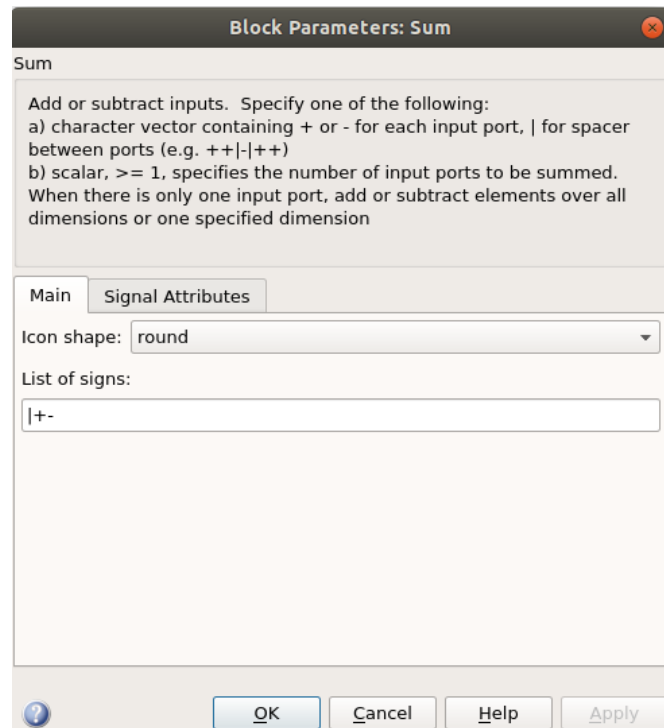
Le bloc « Constant » correspondant à la tension U :



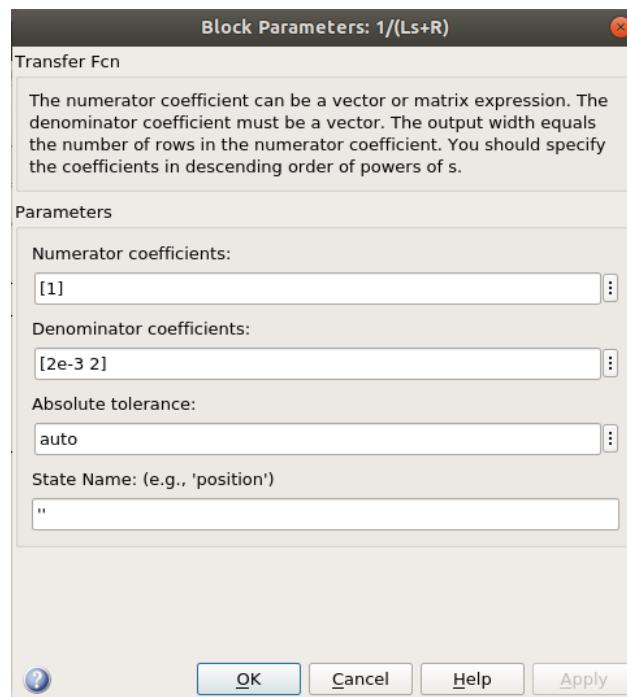
Le bloc « Constant » correspondant à F(Cr) :



Bloc « Sum » :



Bloc « Transfer Fcn » pour la fonction de transfert $\frac{1}{Ls+R}$



Block Parameters: 1/(Ls+R)

Transfer Fcn

The numerator coefficient can be a vector or matrix expression. The denominator coefficient must be a vector. The output width equals the number of rows in the numerator coefficient. You should specify the coefficients in descending order of powers of s.

Parameters

Numerator coefficients:
[1]

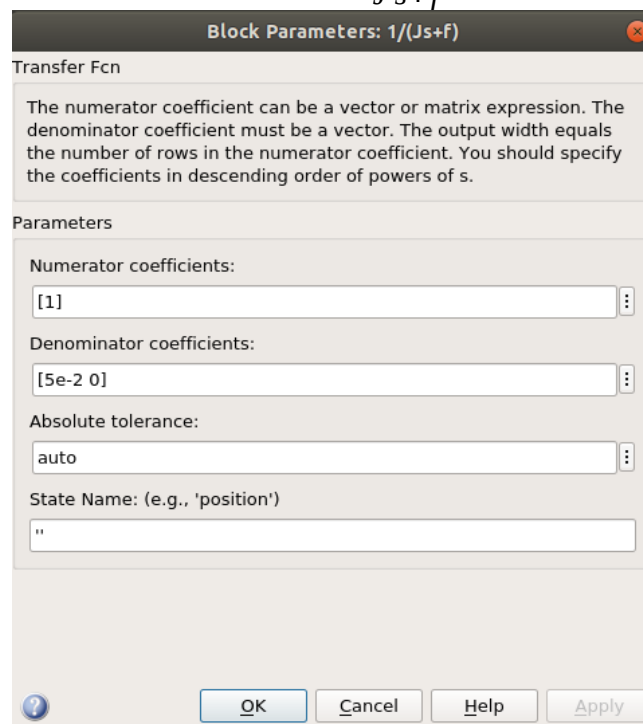
Denominator coefficients:
[2e-3 2]

Absolute tolerance:
auto

State Name: (e.g., 'position')
"

OK Cancel Help Apply

Bloc « Transfer Fcn » pour la fonction de transfert $\frac{1}{Js+f}$



Block Parameters: 1/(Js+f)

Transfer Fcn

The numerator coefficient can be a vector or matrix expression. The denominator coefficient must be a vector. The output width equals the number of rows in the numerator coefficient. You should specify the coefficients in descending order of powers of s.

Parameters

Numerator coefficients:
[1]

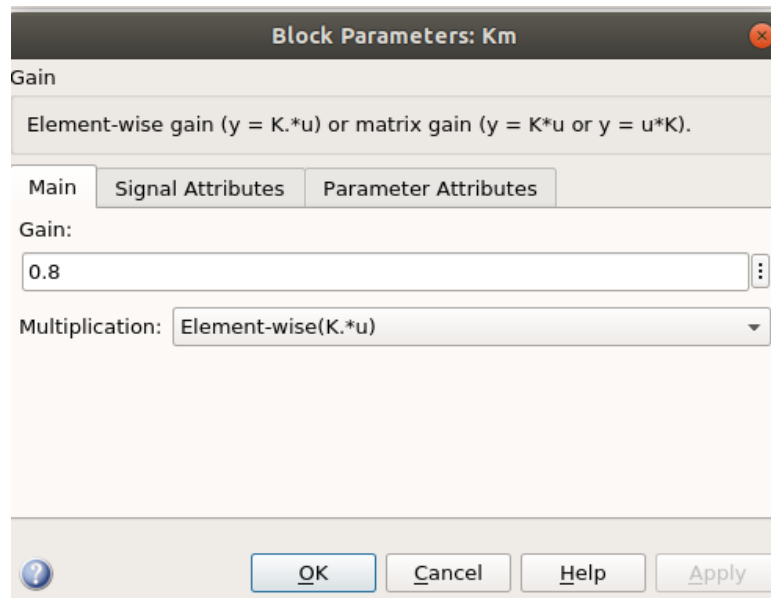
Denominator coefficients:
[5e-2 0]

Absolute tolerance:
auto

State Name: (e.g., 'position')
"

OK Cancel Help Apply

Blocs « Gain » pour K_m et K_e :



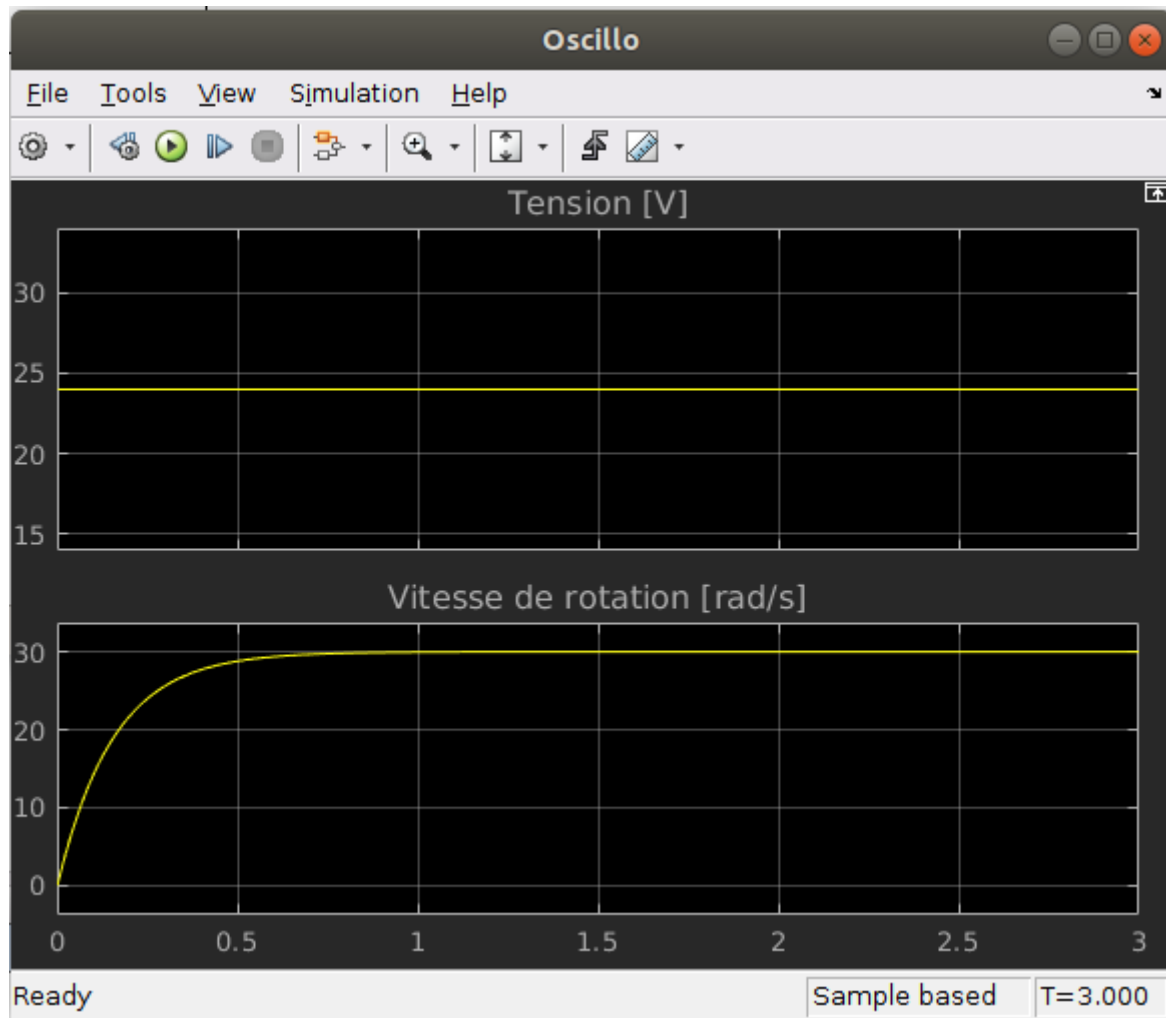
Lancer le modèle pour une durée de simulation de 3s :



Lancer la simulation

Temps de simulation
[s]

Le résultat de la simulation est présenté dans la figure ci-après :



3. Modélisation du motoréducteur FIT0520

On souhaite modéliser le motoréducteur FIT0520.



A. Spécifications techniques du motoréducteur FIT0520

SPECIFICATION

Motor Rated Voltage: 6V

Encoder Rated Voltage: 3.3 / 5V

Reducer Reduction Ratio: 1: 20

No load Speed: 300RPM@0.1A

Maximum Efficiency Point: load 0.7Kg·cm / 245RPM / 1.2W / 0.4A

Maximum Power point: Load 1.8Kg·cm / 160RPM / 2W / 0.8A

Stall Torque: 3.6kg · cm

Stall Current: 2.7A

Hall Resolution: Hall Resolution 11x Precision Reduction Ratio 20.4 = 224.4PPR/ RPM

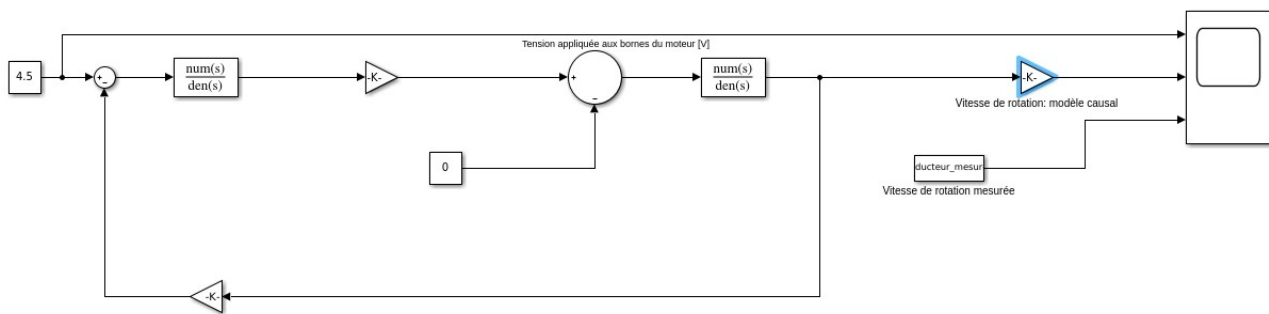
Dimension: 50 * Φ 24.4 mm / 1.97 * Φ 0.96inches

Weight: 96g

B. Modification du modèle Simulink pour prendre en compte le réducteur

Le réducteur sera simulé de manière simple à l'aide d'un bloc « Gain » qui va multiplier la vitesse de rotation du moteur avec un coefficient 1/20 (le rapport de réduction).

Réaliser le modèle Simulink ci-après :



La troisième voie de l'oscilloscope est connecté à un bloc « from file » (bibliothèque Simulink/Sources), contenant des mesures de vitesse de rotation du motoréducteur :



Dans la fenêtre de paramétrisation du bloc il faut spécifier le nom du fichier et, si le fichier ne se trouve pas dans le répertoire du modèle Simulink, son chemin d'accès :

Block Parameters: Vitesse de rotation mesurée

From File

Read data values from a variable in the specified MAT-file.

The data values may be specified in MATLAB timeseries or matrix format.



MATLAB timeseries may be used for any data type, complexity, or dimensions. To load the bus signal, use a MATLAB structure that matches the bus hierarchy. Each leaf of the structure must be a MATLAB timeseries object.



Matrix format can be used only for vector, double, noncomplex signals. Each column of the matrix must have a time stamp in the first row and a vector containing the corresponding data sample in the subsequent rows.


Simulink incrementally reads data from MAT-files of version 7.3.


The MATLAB timeseries and structures of timeseries must be saved in MAT-files of version 7.3.


Parameters


File name:  

Output data type:  


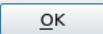
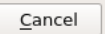


Sample time (-1 for inherited): 

Data extrapolation before first data point: 

Data interpolation within time range: 

Data extrapolation after last data point: 

☐ Enable zero-crossing detection

Les autres paramètres du modèle sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Bloc et rôle du bloc	Valeur du(des) paramètres
« Constant » Tension U	4,5
« Constant » Transformée de Laplace du couple résistant F(Cr)	0
« Transfer Fcn » Fonction de transfert $\frac{1}{Ls+R}$ Paramètres [L R]	[0.5 4]
« Transfer Fcn » Fonction de transfert $\frac{1}{Js+f}$ Paramètres [J f]	[3e-5 1e-4]
« Gain » Constante Km	0.35
« Gain » Constante Ke	5e-5
« Gain » Rapport de réduction	1/20

Lancer le modèle pour une durée de simulation de 3s :



Lancer la simulation

Temps de simulation
[s]

Le résultat de la simulation est présenté dans la figure ci-après :

