

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS

ÉPREUVE E2 – MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE

Sous-épreuve E21 – Mathématiques

Épreuve obligatoire

2021

SUJET

Durée : 2 heures

coefficient : 2

**L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé,
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé.**

**Ce document comporte 4 pages numérotées de la page 1/4 à 4/4.
Dès que ce document vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.**

| | | | | |
|-------------------------|---------------------------------------|----------|----------------|-------|
| 2021 | BTS SIO | | | Sujet |
| 21-SIE2MAT-PO ID 20D | E21 Mathématiques pour l'informatique | Coef : 2 | Durée : 2 h 00 | 1 / 4 |

Exercice 1 – 15 points

Les trois parties de cet exercice sont complètement indépendantes.

Partie A

Une entreprise utilise depuis 2005 pour son parc informatique, un système d'exploitation personnalisé. En 2005, ce système d'exploitation nécessitait une configuration minimale de 4 méga-octets (Mo) de mémoire vive.

Une nouvelle version du système d'exploitation est mise en place chaque année depuis 2005. Et avec chaque nouvelle version (donc chaque année), la configuration minimale en mémoire vive augmente de 34 %.

On note u_n la configuration minimale en mémoire vive requise par le système d'exploitation, exprimée en méga-octets, en $2005 + n$. Ainsi $u_0 = 4$.

1. Calculer les valeurs exactes de u_1 et u_2 .
2. Donner, en justifiant, la nature et la raison de la suite (u_n) .
3. Exprimer u_n en fonction de n .
4. Calculer u_{10} et interpréter le résultat. On arrondira le résultat à l'entier.
5. À partir de quelle année la configuration minimale en mémoire vive requise par le système a-t-elle dépassé les 1 giga-octets (c'est-à-dire 1 000 méga-octets) ? Justifier.

Partie B

L'entreprise veut ouvrir un nouvel espace de bureaux dans ses locaux. Pour cela, elle désire acheter de nouveaux ordinateurs et essaye de déterminer le modèle adapté. Ce modèle doit satisfaire au moins l'un des critères suivants :

- le modèle doit disposer de 16 giga-octets (Go) ou plus de mémoire vive et d'un disque dur d'un minimum de un téra-octet (To) ;
- le disque dur du modèle a une capacité inférieure à 1 To, mais le modèle dispose d'un disque SSD ;
- le modèle ne dispose pas d'un disque SSD et a un disque dur de moins de 1 To mais possède 16 Go ou plus de mémoire vive ;
- le modèle possède un disque SSD et un disque dur d'une mémoire supérieure à 1 To.

On définit les variables booléennes suivantes :

- $a = 1$ si le modèle possède une mémoire vive de 16 Go ou plus, $a = 0$ sinon ;
- $b = 1$ si le modèle possède un disque dur de 1 To ou plus, $b = 0$ sinon ;
- $c = 1$ si le modèle possède un disque SSD, $c = 0$ sinon.

| | | | | |
|-------------------------|---------------------------------------|----------|----------------|-------|
| 2021 | BTS SIO | | | Sujet |
| 21-SIE2MAT-PO ID 20D | E21 Mathématiques pour l'informatique | Coef : 2 | Durée : 2 h 00 | 2 / 4 |

1. Donner l'expression booléenne E traduisant les critères de sélection d'un modèle.
2. Simplifier l'expression E de la question précédente sous la forme d'une somme de deux termes à l'aide d'un tableau de Karnaugh ou d'un calcul booléen. On notera F l'expression booléenne simplifiée.
3. Traduire en français l'expression booléenne F obtenue à la question précédente.

Partie C

Pour créer le nouvel espace de bureaux, plusieurs tâches doivent être réalisées. Leurs caractéristiques sont résumées dans le tableau ci-après.

| Tâche | Description | Durée en jours | Tâche à réaliser au préalable |
|-------|---|----------------|-------------------------------|
| A | Choix des ordinateurs | 1 | - |
| B | Commande des ordinateurs et attente de la livraison | 7 | A |
| C | Pose des câbles et prises | 2 | - |
| D | Peinture de la salle | 3 | C |
| E | Commande des meubles (tables et chaises) et attente de la livraison | 5 | - |
| F | Installation des tables et ordinateurs dans la salle | 1 | B, D, E |
| G | Installation du système d'exploitation et configuration des ordinateurs | 2 | F |
| H | Mise en place des chaises | 1 | E |

Le but de cet exercice est de réaliser le graphe d'ordonnancement du projet.

1. Déterminer le niveau de chacun des sommets dans le graphe.
2. Construire le graphe d'ordonnancement du projet (selon la méthode M.P.M. ou P.E.R.T.). On précisera pour chaque tâche sa date de début au plus tôt et sa date de début au plus tard.
3. Quelle est la durée minimale du projet ?
4. Donner le chemin critique du graphe d'ordonnancement de la question précédente.
5. Le fournisseur de meuble a mal géré ses stocks. La livraison des tables et des chaises aura 2 jours de retard. Quelle est la conséquence de ce retard sur le projet ? Justifier.

| | | | | |
|-------------------------|---------------------------------------|----------|----------------|-------|
| 2021 | BTS SIO | | | Sujet |
| 21-SIE2MAT-PO ID 20D | E21 Mathématiques pour l'informatique | Coef : 2 | Durée : 2 h 00 | 3 / 4 |

Exercice 2 – 5 points

Dans cet exercice, on s'intéresse à un réseau social. Les comptes du réseau social sont répartis en trois types :

- le type *a* regroupe les comptes ayant entre 0 et 20 000 abonnés ;
- le type *b* regroupe les comptes ayant entre 20 000 et 200 000 abonnés ;
- le type *c* regroupe les comptes ayant plus de 200 000 abonnés.

Pour fidéliser les comptes ayant le plus d'abonnés, le réseau social leur attribue une prime annuelle. Cette prime est financée par des annonces publicitaires. Le nombre d'annonces publicitaires publiées sur la page d'un compte dépend de son type. De plus, le réseau social sponsorise chaque année les projets des comptes ayant le plus d'abonnés.

Les données relatives aux différents types de comptes sont résumées dans le tableau ci-dessous :

| | Type a | Type b | Type c |
|---|--------|--------|--------|
| Prime annuelle (en euros) | 0 | 510 | 1 200 |
| Nombre d'annonces publicitaires | 1 | 2 | 5 |
| Nombre de projets sponsorisés chaque année | 0 | 1 | 2 |

En 2018, il y avait 1 928 340 comptes de type *a*, 1 220 comptes de type *b* et 246 comptes de type *c*.

On définit les matrices ci-dessous :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 510 & 1\,200 \\ 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1\,928\,340 \\ 1\,220 \\ 246 \end{pmatrix} \text{ et } C = \frac{1}{180} \begin{pmatrix} -1 & 180 & 150 \\ -2 & 0 & 1\,200 \\ 1 & 0 & -510 \end{pmatrix}$$

1. Calculer le produit $A \times B$ puis interpréter le résultat obtenu.
2. **a.** Calculer le produit $C \times A$ et exprimer le résultat en fonction de la matrice identité.
b. Montrer que l'équation matricielle $A \times X = Y$ d'inconnue X a pour solution $X = C \times Y$.
3. En 2019, on suppose que le nombre de comptes est resté constant tout au long de l'année. Cette année-là, le réseau social a distribué 1 197 600 euros de primes, publiait simultanément 2 146 820 annonces publicitaires sur l'ensemble de ses pages et a financé au total 2 200 projets.
À l'aide des questions précédentes, déterminer le nombre de comptes de chaque type pour l'année 2019.

| | | | | |
|-------------------------|---------------------------------------|----------|----------------|-------|
| 2021 | BTS SIO | | | Sujet |
| 21-SIE2MAT-PO ID 20D | E21 Mathématiques pour l'informatique | Coef : 2 | Durée : 2 h 00 | 4 / 4 |