

SÉRIE 3 : " Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture "

Alice veut faire un tableau de valeurs de ces deux programmes de calculs sur tableur.

Programme 1

Choisir un nombre
Calculer son carré
Enlever le triple du
nombre choisi

Programme 2

Choisir un nombre
Enlever 3
Multiplier cette différence
par le nombre choisi

1. Elle utilise le tableur mais hésite entre deux formules à saisir en B2.

	A	B	C
	Nombre choisi	Résultat du programme 1	Résultat du programme 2
1			
2			

=A2*2 - 3*A2 ou =A2^2 - 3*A2

Pouvez-vous la conseiller?

2. a. Reproduire ce tableau dans un tableur. Quelle conjecture peut-on faire en observant les résultats?

b. Prouver que cette conjecture est vraie.

1. Calculer $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$.



Pour soustraire deux fractions, il faut les mettre au même dénominateur.

2. Faire de même avec $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$, puis avec $\frac{1}{6} - \frac{1}{7}$.

3. Écrire cinq autres calculs du même type et les effectuer.

4. Trouver une technique qui permet d'obtenir facilement le résultat de $\frac{1}{10} - \frac{1}{11}$ sans avoir à faire tous les calculs.

5. Prouver que cette technique fonctionne quels que soient les nombres consécutifs choisis.

r



La somme de deux multiples de 3 est toujours un multiple de 3.

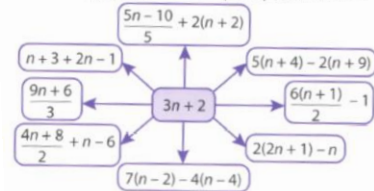


Mais non, la somme de deux multiples de 3 est toujours un multiple de 9 !

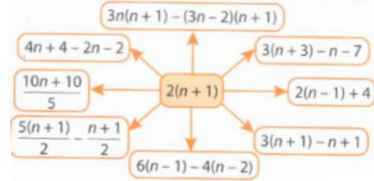
Dire si chacune de ces deux affirmations est vraie ou fausse. Donner une preuve.

s

1. Quelle expression ne se simplifie pas en $3n + 2$?



2. Quelle expression ne se factorise pas en $2(n+1)$?



t

Théo affirme : « Pour multiplier un nombre N par 9, on multiplie N par 10 et on soustrait N au résultat. » Donner une preuve.

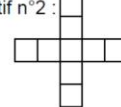
u

Un carreleur crée des motifs pour décorer le carrelage d'une cuisine. Ces motifs sont formés de petits carreaux identiques, disposés de la façon suivante :

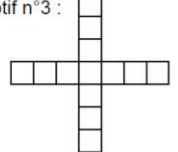
Motif n°1 :



Motif n°2 :



Motif n°3 :



a) Combien de petits carrés chacun de ces motifs comporte-t-il ?

b) Combien de petits carrés le motif 6 comporte-t-il ?

c) Combien de petits carrés le motif 100 comporte-t-il ?

Trouve un moyen simple permettant de calculer le nombre de petits carrés pour n'importe quel motif.

w

« La somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de 3 ». Prouvez cette affirmation.

v

x

Châteaux de cartes

1. Combien faut-il de cartes pour construire un château de 3 étages ? 4 étages ?



2. Avec un tableur :

	A	B	C
	Nombre d'étages	Nombre de cartes ajoutées	Nombre total de cartes du château
1			
2	1	2	2
3	2	5	7
4	3	8	15
5	4		
6	5		

Quelle formule doit-on écrire dans la cellule B5 ? Et dans la cellule C5 ? Recopier ces formules vers le bas.

3. Combien de cartes possède un château de 120 étages ?

4. Maxime a 6 jeux de 52 cartes et il veut le maximum d'étages. Combien d'étages comportera son château et combien de cartes lui restera-t-il ?

SÉRIE 3 : (suite)

1. Calculer :

a. $2 + 3 \times 4 + 2$ **b.** $3 + 4 \times 5 + 2$

c. $5 + 6 \times 7 + 2$ **d.** $8 + 9 \times 10 + 2$

2. a. En effectuant les calculs mentalement, conjecturer le résultat de $198 + 199 \times 200 + 2$. Expliquer de façon détaillée la stratégie employée.

b. Faire de même pour l'expression :
 $38 + 39 \times 40 + 2$.

3. Écrire une expression littérale correspondant à un calcul sur ce même modèle.

y

5

- 1.** n est un nombre entier.
- a.** Calculer $2n$ pour différentes valeurs de n .
- b.** Guilhem dit qu'il obtient toujours un nombre pair comme résultat. Vrai ou faux ? Expliquer.
- 2.** Écrire, à l'aide d'une expression littérale, un nombre qui soit multiple de 5.

z

6

- 1.** Écrire, à l'aide d'une expression littérale, un nombre impair.
- 2.** Écrire le nombre impair suivant.
- 3.** Écrire le nombre impair précédent.

Soit n un nombre entier. Exprimer en fonction de n :

a. le double de n . **b.** le carré de n .

c. la moitié de n . **d.** l'opposé de n .

e. le nombre entier qui précède n .

f. le plus petit entier qui est plus grand que n .

α

36 Au téléphone, Camille dicte à Miléna les calculs suivants.

$$\begin{array}{lll} 5 + 3 \times 6 & 5 + 3 \times 9 & 5 + 3 \times 0,2 \\ 5 + 3 \times 4,5 & 5 + 3 \times 11 & 5 + 3 \times 7,4 \\ 5 + 3 \times 41 & 5 + 3 \times 26 & \end{array}$$

Imaginer une consigne qui évite à Camille de faire des répétitions.

β

Banque d'exercices de difficulté progressive, déclinée sur l'ensemble du cycle et à positionner suivant les critères « à partir de la 5^{ème} », « à partir de la 4^{ème} », « à partir de la 3^{ème} » en précisant le lien avec le repère de progressivité de chaque niveau (ces exercices sont en partie extraits des manuels cycle 4 - Transmath - Indigo - Delta - Maths Monde - Myriade).

Ces exercices sont associés à l'exercice ci-dessous du DNB métropole septembre 2014 choisi pour illustrer la compétence « Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture. »

ENONCE

Léa pense qu'en multipliant deux nombres impairs consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

1. Etude d'un exemple :

5 et 7 sont deux nombres impairs consécutifs.

- a)** Calculer $5 \times 7 + 1$.
- b)** Léa a-t-elle raison pour cet exemple ?

2. Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Nombre impair	Nombre impair suivant	Produit de ces nombres impairs consécutifs	Résultat obtenu
2	x	$2x + 1$	$2x + 3$	$(2x + 1)(2x + 3)$	$(2x + 1)(2x + 3) + 1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

- a)** D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier nombre impair 17 ?
- b)** Montrer que cet entier est un multiple de 4.
- c)** Parmi les quatre formules de calcul tableau suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule D3. Lesquelles ? Aucune justification n'est attendue.

Formule 1 :	$= (2 * A3 + 1) * (2 * A3 + 3)$
Formule 2 :	$= (2 * B3 + 1) * (2 * C3 + 3)$
Formule 3 :	$= B3 * C3$
Formule 4 :	$= (2 * D3 + 1) * (2 * D3 + 3)$

3. Etude algébrique :

- a)** Développer et réduire $(2x + 1)(2x + 3) + 1$.
- b)** Montrer que Léa avait raison : le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.