

Titre : Fonction coût /Niveau : premiere ES

Chapitres en amont : Dérivation et applications de la dérivation

Cette activité s'inscrit plutôt vers la fin des chapitres sur la dérivation ; applications de la dérivation et lien avec l'économie.

Calculs de dérivées fonctions quotient,
Utilisation de tableur .

Activité principale : Type : Fonction coût

Enoncé très fortement inspiré du Livre Odyssée 1ES Hatier p. 133 chapitre 4

Compétences évaluables : calcul de dérivée, vocabulaire fonctions coûts, compétences tableur

Les chapeaux : coût marginal, coût moyen.

Dans l'un des ateliers d'une usine, on fabrique des chapeaux.
La production mensuelle de q chapeaux d'un même modèle est vendue au même donneur d'ordre. L'usine ne peut fabriquer plus de 80 chapeaux par mois.

Le coût total de production exprimé en euros est estimé à :

$$C(q) = 0,02q^3 - 2,1q^2 + 74q + 80.$$

1. Approche du coût marginal :

a) Utiliser le tableur pour faire afficher le coût de production de 50 chapeaux, puis de 80 chapeaux.

b) Le coût marginal de production noté $C_m(q)$ pour une quantité q produite est égal au coût de fabrication d'une unité supplémentaire soit : $C_m(q) = C(q+1) - C(q)$.

Utiliser le tableur pour obtenir le coût marginal de production pour q entier de l'intervalle $[0 ; 80]$.

c) Calculer $C'(q)$. Utiliser le tableur pour obtenir toutes les valeurs de $C'(q)$ pour q entier de l'intervalle $[0 ; 80]$.

d) Comparer $C_m(50)$ et $C'(50)$, ainsi que $C_m(q)$ et $C'(q)$. Que constate-t-on ? Quelle relation peut-on établir entre le coût marginal et la dérivée du coût total ?

Quel outil du tableur permet de conforter cette conjecture ?

e) Déterminer la quantité qui minimise le coût marginal. Quelle est la valeur du coût marginal dans ce cas ?

Que peut-on en conclure pour les variations de la fonction coût total ?

2. Minimiser le coût moyen.

On rappelle que le coût moyen est donné par :

$$C_M(q) = C(q)/q, \text{ pour } q \text{ entier de l'intervalle } [0 ; 80].$$

On se propose de rechercher le nombre de chapeaux à fabriquer afin de minimiser le coût moyen.

- a) Exprimer le coût moyen en fonction de q .
- b) En vous inspirant de la première partie, déterminer la quantité pour laquelle le coût moyen est minimal. Donner la valeur de ce coût ainsi que la valeur du coût marginal pour cette quantité.
- c) Quelle conjecture peut-on émettre sur ces deux coûts en les comparant à un euro près ? Comment valider cette conjecture ?

<p><u>3. Preuve :</u></p> <p>On se propose de démontrer dans le cas général que lorsque le coût moyen est minimal alors il est égal au coût marginal.</p> <p>a) Calculer, pour tout réel $q > 0$, $C'_m(q)$. Vérifier votre calcul en utilisant un logiciel de calcul formel.</p> <p>b) Rechercher la valeur de q qui annule la dérivée. Dans ce cas, quelle est la valeur du coût moyen ?</p>	
--	--

<p>Compétence(s) calculatoire(s) travaillée(s) : calcul de dérivée, utilisation des TICE (tableur) Textes de référence : Objectif(s) : utiliser le tableur pour résoudre un pb d'économie Outils : tableur</p>	
<p>Durée : 1h pour parties 1 et 2 en demi-groupe, salle info</p>	
<p>Consigne donnée aux élèves : Parties 1 et 2 en classe info ; partie 3 à finir, travail en TD ? à la maison ? en DM ?</p>	

<p>Activités en aval :</p>	
<p>Difficultés constatées lors de l'activité principale : aucune pour les parties 1 et 2. Partie 3 : calcul théorique, pb de la dérivée quotient</p>	
<p>Remédiation :</p>	<p>Approfondissement :</p>
<p>Exercices mettant en jeu l'utilisation de la calculatrice pour travailler sur les conjectures à partir de lectures graphiques. Par exemple : N°42 p.96 première ES, Nathan hyperbole.</p>	<p>Exercices d'application des notions de dérivée à l'économie. Par exemple, « Elasticité de la demande » n°52 p. 98 , Nathan hyperbole.</p>