



Manipuler

Verbaliser

Représenter

- Manipuler: utiliser des objets réels de manière tactile et sensorielle
- Verbaliser: mettre en mots à l'écrit ou à l'oral
- Représenter: donner à voir, mettre en image

- Dans les programmes de cycle 3 :

Dans le prolongement du travail mené au cycle 2, l'institutionnalisation des savoirs dans un cahier de leçon est essentielle. L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur des manipulations, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive dans l'abstraction qui sera poursuivie au cycle 4. La verbalisation reposant sur une syntaxe et un lexique adaptés est encouragée et valorisée en toute situation et accompagne le recours à l'écrit.

- Dans les programmes de cycle 4 :

Pour certains élèves, l'accès à l'abstraction ne peut se faire que s'il est précédé par deux phases intermédiaires : celle de la **manipulation**, puis celle de la **verbalisation** (mise en mots) ou de la **représentation** (mise en images). De nombreux objets réels (carreaux de mosaïque, morceaux de ficelle, balances et autres instruments de mesure, solides, etc.) permettent d'approcher certaines notions abstraites (numération, fractions, équations, aires et volumes, etc.) de manière tactile, sensorielle. Il ne faut pas se priver d'y recourir lorsque cela s'avère nécessaire, même au collège.

La mise en mots (par oral ou par écrit) dans le langage courant, véritable moyen de développer sa pensée, aide à la compréhension, à la mémorisation et à la routinisation de connaissances et de procédures. En parallèle et en complément, la constitution d'un répertoire d'images mentales est un autre atout pour la mémorisation.

- Dans les programmes de lycée

## ■ Quelques lignes directrices pour l'enseignement

Le professeur veille à établir un équilibre entre divers temps de l'apprentissage :

- les temps de recherche, d'activité, de manipulation ;
- les temps de dialogue et d'échange, de verbalisation ;
- les temps de cours, où le professeur expose avec précision, présente certaines démonstrations et permet aux élèves d'accéder à l'abstraction ;
- les temps où sont présentés et discutés des exemples, pour vérifier la bonne compréhension de tous les élèves ;
- les exercices et problèmes, allant progressivement de l'application la plus directe au thème d'étude ;
- les rituels, afin de consolider les connaissances et les méthodes.

Importance soulignée dans une des 21 mesures du rapport Villani-Torrossian :



### Mesure n°5 : Les étapes d'apprentissage

Dès le plus jeune âge mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques fondé sur :

- la manipulation et l'expérimentation ;
- la verbalisation ;
- l'abstraction.

# A quelles occasions faites VOUS...

- Manipuler?
- Verbaliser ?

Comment? Pourquoi?

## Votre mission...

- Vous répartir par groupe de 4 maximum ;
- Compléter la feuille de synthèse ;
- Au bout de 10 min changer de table (répartition aléatoire), prendre connaissance des idées écrites, abonder la nouvelle feuille avec de nouvelles idées.

x2





# Bilan



VERBALISER

- A travers la compétence communiquer, en lien avec des domaines du socle :

#### Communiquer

- faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique. Distinguer des spécificités du langage mathématique par rapport à la langue française ;
- expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange ;

1, 3

## Doc tiré du RA : Mathématiques et maîtrise de la langue

La question du langage en classe de mathématiques peut être abordée selon trois points de vue :

- les pratiques langagières des mathématiciens peuvent être considérées comme objet d'étude (étude essentielle pour l'enseignant);
- le langage peut aussi être envisagé comme vecteur d'apprentissage dans la mesure où la conceptualisation (l'appropriation, l'apprentissage d'un nouveau concept) passe nécessairement par une activité langagière des élèves, articulée avec son action ;
- enfin, le langage est pour l'enseignant un outil privilégié : support de l'essentiel de ses interactions avec les élèves, indice de l'activité et, par là même, de l'apprentissage des élèves.

## Le langage : un moyen d'apprentissage

L'élaboration d'un concept et les pratiques langagières qui y sont associées sont deux processus indissociables qui s'alimentent mutuellement dans le cadre d'un apprentissage. La question de l'appropriation d'un nouveau concept n'est pas dissociable de l'appropriation des pratiques langagières qui lui sont associées (a minima le vocabulaire spécifique). Il ne s'agit ni de penser que l'introduction du nouveau mot (ou d'une définition) suffit à la maîtrise d'un concept, ni de considérer que savoir manipuler un concept « en actes » suffit pour savoir en parler : les deux doivent se construire en interaction. Le travail de la maîtrise des aspects langagiers ne peut cependant pas être déconnecté du reste du cours et du contenu enseigné. En particulier, comprendre un objet mathématique suppose d'être capable de le représenter dans divers registres et d'articuler ces représentations entre elles (on peut repenser à l'exemple précédent sur les fonctions).

## Le langage : un outil pour enseigner

Si le langage est un moyen d'apprentissage (partie précédente), c'est aussi, à ce titre, un levier d'enseignement. La parole de l'élève, ses formulations, sont autant d'indices de son activité, de son appropriation des concepts en jeu, de son apprentissage. Le langage est de plus, comme on l'a vu ci-dessus, un outil de pilotage : faire formuler, faire reformuler les élèves, les faire échanger entre eux, c'est les faire penser, les faire penser autrement, faire évoluer leurs conceptions.

# Quand verbaliser, mettre en mots?

- Pour reformuler ;
- Pour s'approprier un nouveau concept;
- Pour institutionnaliser ;
- Pour expliquer son raisonnement, pour aider à la quête de sens (corriger des conceptions fausses...);
- Pour mémoriser.

# Reformuler

- un élève explique un énoncé, ou certains mots, à la classe(en activité, exercices ou correction...);
- Faire travailler plusieurs formulations d'une notion(fonctions)...



# Pour s'appropriier un nouveau concept...

Lors d'une activité de découverte d'une nouvelle notion, laisser vivre et accepter des formulations d'élèves intermédiaires, non abouties, dans le langage courant. Celles-ci peuvent être éloignées des formulations visées mais sont en général révélatrices de sens.

*Exemple de formulation d'élève : "On rentre 5 dans la fonction  $f$  ; il sort 3".*

## ...vers l'institutionnalisation

- Mise en commun vers l'institutionnalisation:

Un élève fait une première proposition.

Cette proposition est complétée par les élèves qui cherchent à l'améliorer et par le professeur qui peut donner du vocabulaire spécifique qui permettra d'être plus clair.

- La proposition finale est notée dans le cours.

# Pour expliquer son raisonnement, pour aider à la quête de sens

- Faire dire (ou écrire) les propriétés utilisées (en calcul fractionnaire, calcul littéral...) ;
- En analyse d'erreurs d'un contrôle: annoter les copies en posant des questions dont les réponses vont permettre aux élèves de verbaliser leur erreur ou donner une piste de réussite ;
- Intérêt du vocabulaire spécifique: activité pour mettre en évidence l'importance du vocabulaire mathématique pour se comprendre (figure téléphonée) ;
- Interdire le « j'ai rien compris »: l'élève doit dire ce qu'il n'a pas compris précisément ;
- Insister sur certaines lectures : en 6ème lecture des nombres sans le mot virgule; lecture de  $(3x)^2$ .

# Pour mémoriser

- En début de cours des élèves rappellent ce qui a été appris au cours précédent;
- En fin de cours des élèves font le bilan de ce qui a été appris et ce qu'ils ont compris;
- En AP, devoirs faits, les élèves déterminent et utilisent un moyen de mémoriser : en écrivant le cours, faisant des fiches, une carte mentale, en récitant...
- En bilan de séquence: Faire réaliser une affiche, une fiche, une carte mentale, par les élèves en groupes pour qu'ils ciblent, entre eux, ce qui leur semble important(DM)...

Comment mettriez vous en œuvre le triptyque  
Manipuler/Verbaliser/Représenter  
pour l'introduction d'un des concepts suivants:

- Addition de 2 nombres relatifs?
- Résolution algébrique d'une équation du 1<sup>er</sup> degré?



# Verbaliser Manipuler Représenter

Des exemples



# 1ere situation

- Addition de relatifs

Manipuler: la mallette (jetons).

Verbaliser: Les élèves verbalisent la procédure en groupe (langage courant).

Représenter: [vidéo des « Dudu »](#).

puis verbaliser vers l'institutionnalisation.

## 2eme situation

- Equation:

Manipuler: les billets et pièces.

Verbaliser: Procédure verbalisée par les élèves (de la manipulation vers l'abstraction, en passant pas le langage courant).

Représenter: possibilité de faire un schéma.  
puis verbaliser vers l'institutionnalisation.



### Défi : Combien vaut le billet étranger ?

Paul et Alizée ont chacun des euros et des exemplaires d'un même billet étranger. Ils ont au total la même somme d'argent. Quelle est la valeur en euros du billet étranger dans chacun des cas suivants :

- 1) Paul a 5 billets étrangers et 4€ ; Alizée a deux billets étrangers et 25 €
- 2) Paul a 5 billets étrangers et 2 € ; Alizée a 1 billet étranger et 15 €
- 3) Paul a 7 billets étrangers et 11 € ; Alizée a 4 billets étrangers et 15 €

Aides :

1) Somme d'argent de Paul :



Somme d'argent d'Alizée:



# Comment faire verbaliser un maximum d'élèves sans la configuration en étoile?

- Questions-réponses entre élèves ;
- Faciliter les échanges entre élèves sans passer par le professeur ;
- Utiliser des enregistrements audios pour expliquer les étapes de la résolution d'un problème ;
- Développer le tutorat lors des corrections, des exercices en classe ;
- Aménager des îlots dans la salle.

# Un danger : le décalage verbalisation prof/élève...

Une erreur classique:

$$2/3 \div 5/7 = 3/2 \times 7/5$$

- Que retient l'élève dans la verbalisation de la propriété:  
« Diviser par un nombre c'est multiplier par son inverse » ?

Pistes: représenter en image cette propriété, faire formuler la propriété « en entier » sans raccourci...

# Quelques idées de manipulations

Nombre et calcul	Organisation et gestion de données	Grandeurs et mesures	Espace et géométrie	Algo et programmation
Matériel multi base ➤ Numération ➤ Sens des techniques opératoires	Observation de phénomènes aléatoires par le biais de protocoles expérimentaux (Ex : Jeu du Franc Carreau) ➤ Probabilités	Puzzle de Brousseau (ou variante) ➤ Agrandissement réduction	Représenter une vue d'un solide (de dessus, de côté...) avec manipulation préliminaire si besoin	Déplacement d'une personne, repérage dans l'espace
Réglotte Cuisineire ➤ Fraction et partage		Manipulation, création de figures de même aire et de périmètres différents (utilisation de Post-it, Tangram ou à partir de 4 triangles rectangles (3-4-5) former toutes les figures géométriques possibles.	Le petit architecte	Programmer les déplacements d'un mobile
Glisse-nombre		Comparaison de grandeurs - figures découpées pour les aires - angles fournis sous forme de gabarits	Manipulation de patrons de solides	
Jeu des fractions <a href="https://docplayer.fr/21470401-Jouons-avec-des-fractions.html">https://docplayer.fr/21470401-Jouons-avec-des-fractions.html</a>		➤ Longueur du cercle (rouleau de papier adhésif, ficelle de rotj...)	Symétrie axiale et pliage (tâche d'encre) Symétrie centrale et papier calque	
Malette de jetons ➤ Nombres relatifs		Triangles semblables (différence nature et même forme...)	Translation : la goutte/papier calque Rotation et papier calque	
Activité des billets et des pièces ➤ Equations		Volume d'un cube, d'un pavé droit à partir de cubes de 1 cm <sup>3</sup>  Relations entre les différentes unités (à partir de cubes de 1 cm <sup>3</sup> ) ➤ volume cône/cylindre ou pyramide à base carrée/cube et eau ➤ Correspondance entre unité de volume et contenance 1dm <sup>3</sup> = 1L et eau	Section plane de solides : objets en bois ; mais aussi nourriture (pain de mie parallépipédique ...)	
		Faire réalliser et afficher des mesures observables Images de références : ➤ 1 cm <sup>3</sup> , 1 dm <sup>3</sup> , 1 m <sup>3</sup> ... ➤ 1 cm <sup>2</sup>		



# Conclusion