

Démonstrations des propriétés du parallélogramme par les triangles égaux et angles alternes internes

Prérequis

Définition

Deux triangles sont égaux lorsque leurs côtés ont deux à deux la même longueur.

Propriété (E1)

Si deux triangles sont égaux alors leurs angles ont deux à deux la même mesure.

Propriété (E2a)

Si deux triangles ont deux à deux un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure alors ils sont égaux.

Propriété (E2b)

Si deux triangles ont deux à deux un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur alors ils sont égaux.

Propriété (A)

Si deux angles alternes internes sont formés par deux droites parallèles alors ils ont la même mesure.

Propriété (A')

Si deux angles alternes internes ont la même mesure alors ils sont formés par deux droites parallèles.

Propriété (O)

Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.

Propriété (SA)

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .

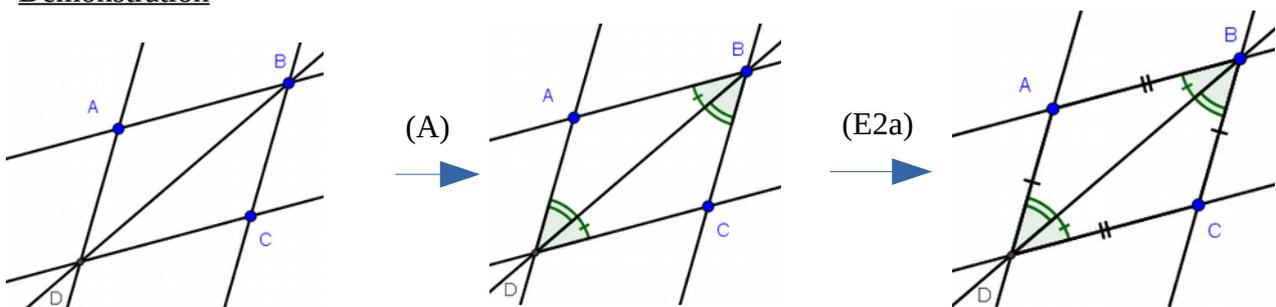
Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles.

Propriété (P1)

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés ont la même longueur.

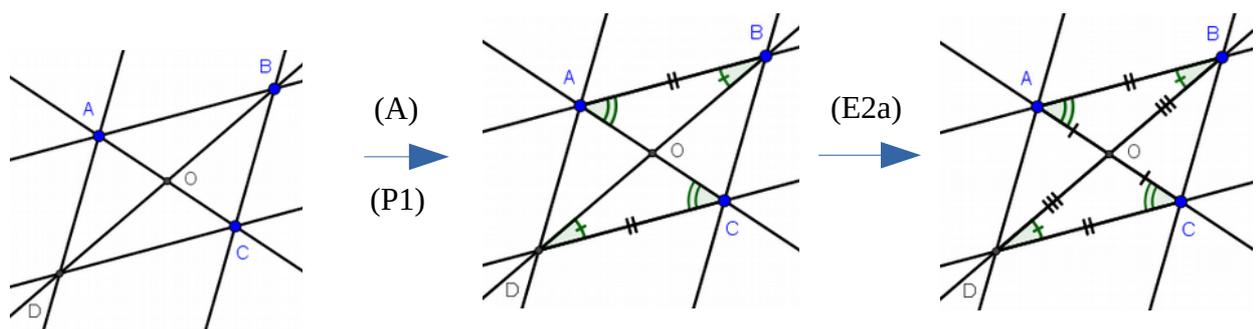
Démonstration



Propriété (P2)

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

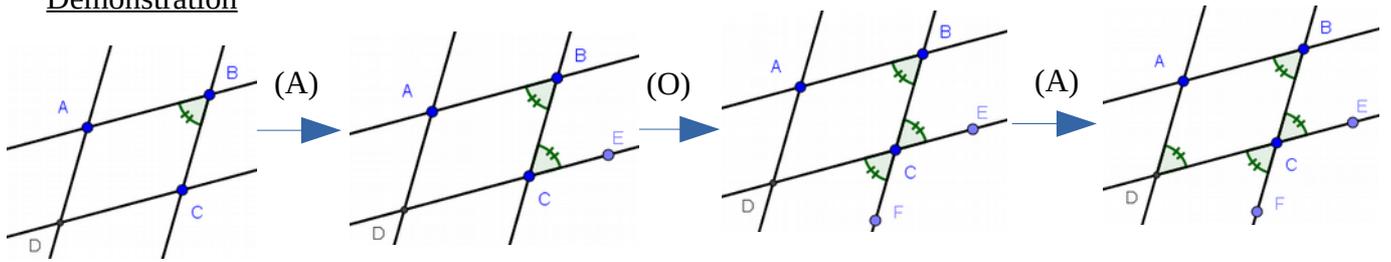
Démonstration



Propriété (P3)

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses angles opposés ont la même mesure.

Démonstration

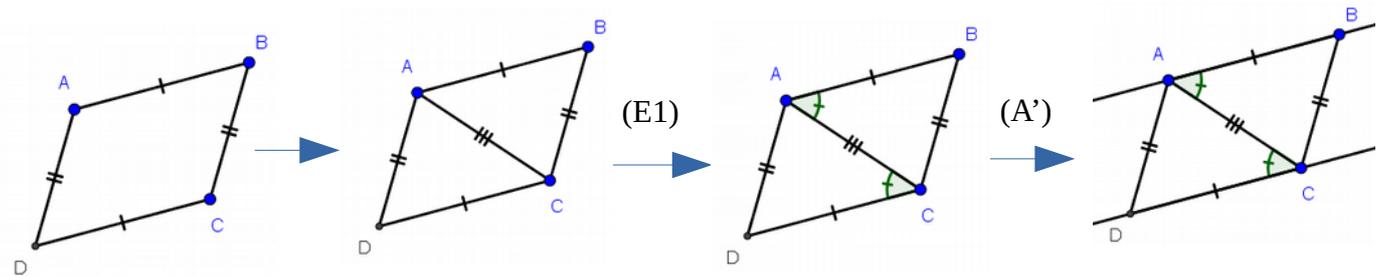


et de même $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$

Propriété (P1')

Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur alors c'est un parallélogramme.

Démonstration

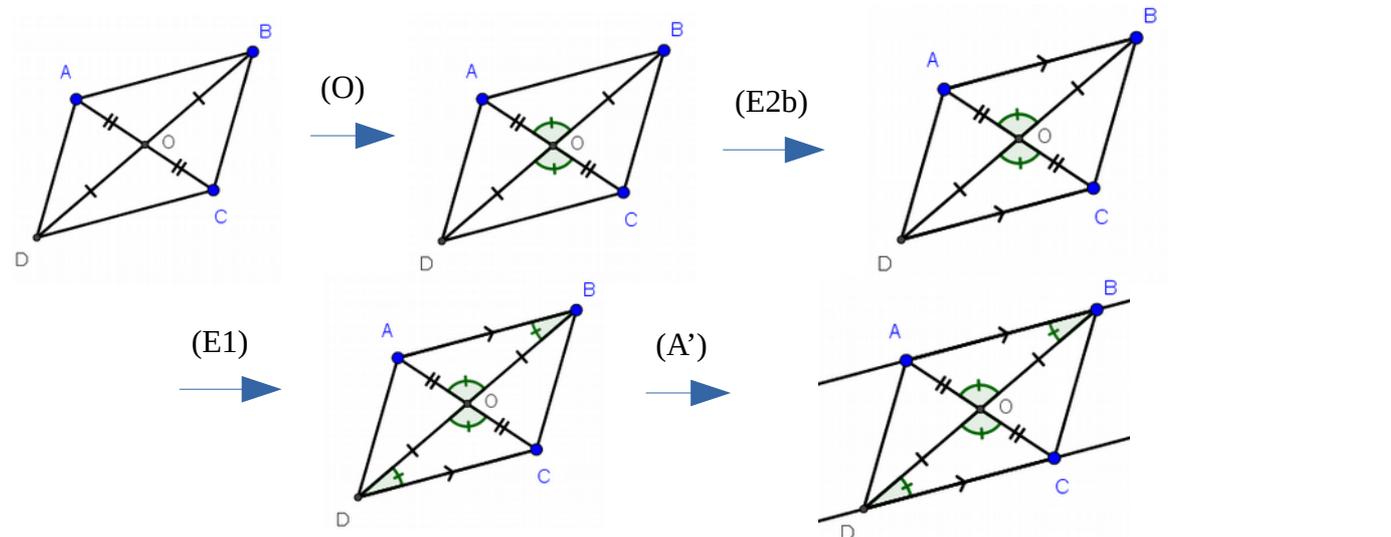


et de même $(AD) \parallel (BC)$

Propriété (P2')

Si un quadrilatère a ses diagonales se coupant en leur milieu alors c'est un parallélogramme.

Démonstration

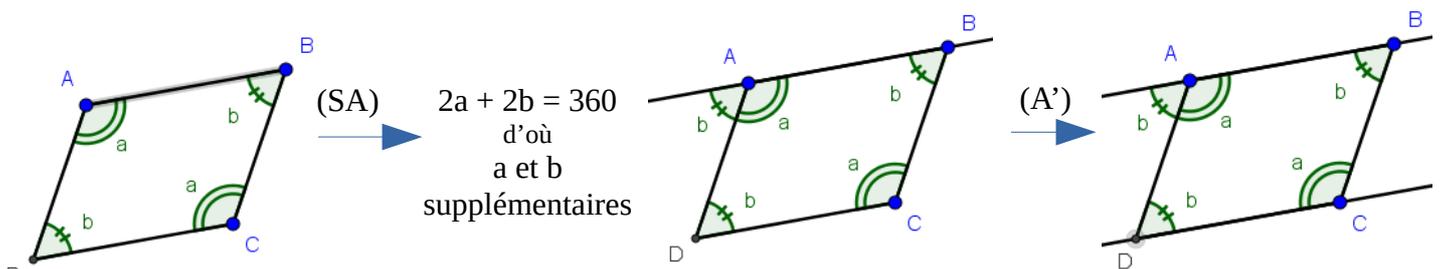


et de même $(AD) \parallel (BC)$

Propriété (P3')

Si un quadrilatère a ses angles opposés de même mesure alors c'est un parallélogramme.

Démonstration



$2a + 2b = 360$
d'où
a et b
supplémentaires

et de même $(AD) \parallel (BC)$