JOURNEE PEDAGOGIQUE

«ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES EN COLLEGE »

Dispositif : **11A0160508**

Mai 2012

INSPECTION PEDAGOGIQUE REGIONALE

DE MATHEMATIQUES

Journée pédagogique : «Enseigner les mathématiques en collège»

Dispositif : **11A0160508**

Les journées pédagogiques « Enseigner les mathématiques eu collège» sont des stages à public désigné organisés à l'initiative de l'inspection pédagogique régionale de mathématiques. Ces journées font suite aux actions qui, depuis 2007, ont permis une réflexion sur les nouveaux programmes de collège et accompagné la mise en œuvre du socle commun de connaissances et de compétences, disposition de la loi d'orientation et de programme pour l'avenir de l'Ecole de 2005 et à celles qui, en 2010-2011, ont eu pour objectif de porter un regard global sur l'enseignement de la discipline en collège en le mettant en perspective de la réforme du lycée.

En mai 2012, l'évolution récemment précisée du diplôme national du brevet (N.S. n°2012-029 du 24 février 2012) sera un des axes de réflexion. On reviendra aussi, avec le recul d'une première année de mise en œuvre suivie de validation du socle commun de connaissances et de compétences, sur les évolutions pédagogiques en cours dans l'enseignement des mathématiques en collège.

Deux ateliers seront proposés, l'un sur les exercices à prise d'initiative, l'autre sur les différentes traces écrites produites par les élèves.

Cette brochure a pour objectif de faciliter la restitution de la journée aux établissements ainsi que la nécessaire réflexion d'équipe au sein de chaque collège. Elle rassemble différents documents et recommandations pédagogiques destinés à aider les professeurs de Mathématiques dans leur travail d'équipe.

Chaque participant est représentant de l'équipe de mathématiques de son collège. Afin que les travaux de la journée soient connus de tous les professeurs de Mathématiques du collège, il lui appartient de faire **un compte-rendu de cette journée** et de **mettre à la disposition de tous la présente brochure.**

Ce dispositif, malgré ses limites, reste le seul garant d'une réflexion partagée et d'une cohérence académique. Il appartient aux participants d'en assurer la meilleure diffusion.

Le stage a pu être préparé et animé grâce au travail et aux contributions de collègues qu'il convient de remercier pour leur investissement :

- ATTHAR Nicole — Collège Bellevue, TOULOUSE
- BAUDORRE Mylène — Collège A. Briant, ALBI (81)
- CLEMENT Philippe — Collège de Gourdon, Lot
- FERRERO Christine — Collège Bellevue, TOULOUSE
- GINESTE Benoît — Collège Ingres, MONTAUBAN
- GUY Françoise — Collège P. Ramadier DECAZEVILLE (12)
- KONIKOWSKI Laurence — Collège VILLENEUVE TOLOSANE (31),
- LARROQUE Huguette — Collège Olympe de Gouges, MONTAUBAN (82)
- LETARD Pascal, Chargé de mission — Lycée Gabriel Fauré, FOIX (09)
- LINDAUER Jean-claude, Chargé de mission — Lycée Toulouse-Lautrec, TOULOUSE (31)
- MARFAING Isabelle — Collège René Cassin, SAINT-ORENS DE GAMEVILLE (31)
- PAGES Caroline — Collège des Ponts Jumeaux, TOULOUSE
- PAGIARULO Véronique — Collège-Lycée Louise Michel, L'ISLE JOURDAIN (32)
- PERRIN Nathalie — Collège-Lycée Louise Michel, L'ISLE JOURDAIN (32)
- TERRAL Marie-Pierre — Collège Renée Taillefer, GAILLAC (81)

Le compte-rendu des journées pédagogiques sera diffusé sur le site académique et nous invitons les enseignants à s'y référer.
Nous souhaitons que le travail conduit lors des différents regroupements contribue à une bonne mise en œuvre de l'enseignement des mathématiques et facilite la réussite des élèves.

Danielle BLAU Eric CONGE Alain NEVADO Martine RAYNAL
Inspecteurs pédagogiques régionaux

Sommaire

Diplôme national du brevet

note de service n° 2012-029 du 24-2-2012

Texte adressé aux rectrices et recteurs d'académie ; aux directrices et directeurs académiques des services de l'éducation nationale; aux inspectrices et inspecteurs d'académie-inspecteurs pédagogiques régionaux ; aux chefs d'établissement
La présente note de service a pour objet d'apporter des précisions sur les modalités d'attribution du diplôme national du brevet (DNB) définies par l'arrêté du 18 août 1999 modifié. **Elle entre en vigueur à compter de la session 2013 du DNB**. Elle abroge la note de service n° 99-123 du 6 septembre 1999 relative aux modalités d'attribution du diplôme national du brevet.

I - Organisation générale (…)

II - Instructions relatives à l'élaboration des sujets

1. Sujets des épreuves

Les sujets sont élaborés conformément aux définitions d'épreuves sises en annexe.

2. Choix des sujets

a) Composition de la commission nationale d'élaboration des sujets

Les sujets d'examen et les barèmes de correction afférents sont élaborés pour chaque discipline par une commission nationale et fixés par le ministre en charge de l'éducation. Le ministre délègue à un recteur d'académie le soin d'arrêter la composition de la commission d'élaboration des sujets et la responsabilité du choix des sujets. L'inspection générale est membre de droit de cette commission qui est également composée de membres des corps d'inspection à compétences pédagogiques et d'enseignants désignés par le recteur d'académie, par délégation du ministre. Ces derniers sont choisis de manière à représenter la diversité des établissements, des types d'enseignement et des publics scolaires.
Pour élaborer les sujets des épreuves des différentes disciplines et des différentes séries, la commission se subdivise en sous-commissions pour chacune des séries.

b) Rôle de la commission nationale d'élaboration des sujets

La commission nationale veille à ce que les questions posées n'appellent pas un trop long développement, afin que **tout candidat puisse avoir le temps de les traiter, dans le cadre de la durée impartie**. Elle établit, pour chaque sujet, des barèmes de correction chiffrés ainsi que des recommandations de correction détaillées. Toutes indications quant au niveau des compétences et des connaissances attendues des candidats doivent être clairement définies. L'ensemble de ces éléments doit être communiqué aux correcteurs avant la correction des copies.

c) Essai et contrôle des sujets (…)

III - Prise en compte des résultats acquis en cours de scolarité - Livret personnel de compétences et fiche scolaire du diplôme national du brevet

Pour les élèves des classes de troisième des établissements publics et privés sous contrat, les résultats acquis en classe de troisième sont pris en compte dans les conditions suivantes.

1. Élaboration des notes de contrôle continu obtenues en cours de formation

Les professeurs établissent une note à partir :
- de contrôles ponctuels ;
- d'un ou de plusieurs bilans effectués, pour l'ensemble des classes concernées, sur des sujets identiques et dans des disciplines choisies par l'établissement ; les modalités d'organisation sont définies dans le cadre du projet d'établissement et adoptées en conseil d'administration.
Une attention particulière doit être portée à l'évaluation de l'oral, qu'il convient d'effectuer, **dans toutes les disciplines**, dans toute la mesure du possible. En français et en langues vivantes, la note trimestrielle doit obligatoirement inclure une évaluation de l'expression orale. Cette évaluation prend en compte les divers types de prise de parole des élèves.
Dans les disciplines scientifiques et en technologie, cette note inclut, dans la mesure du possible, une évaluation des activités expérimentales.

2. Harmonisation des évaluations

Pour la prise en compte des résultats de l'année scolaire, les chefs d'établissement invitent **les équipes pédagogiques à rechercher l'harmonisation des évaluations par discipline mais aussi à assurer une concertation entre les disciplines**.

3. Établissement du livret personnel de compétences et des fiches scolaires pour le diplôme national du brevet (…)

4. Cas particuliers (…)

Annexe I

Épreuves de l'examen

Les épreuves de l'examen permettent d'apprécier l'ensemble des connaissances et des compétences acquises par les candidats dans le cadre des programmes d'enseignement et en référence au socle commun.
Les sujets, comme indiqué dans les définitions d'épreuves qui suivent, sont élaborés en fonction des programmes ou référentiels des classes de troisième correspondant à la série ; ils peuvent faire appel aux acquis des classes antérieures.
Conformément aux dispositions de l'arrêté du 18 août 1999 modifié, pour les candidats désignés par l'article 3 de cet arrêté, l'examen se compose de quatre épreuves : trois épreuves écrites (français, mathématiques, histoire-géographie-éducation civique) communes à l'ensemble des candidats et définies ci-après, une épreuve d'histoire des arts.
Pour ceux de ces candidats qui sont scolarisés en établissement, cette épreuve d'histoire des arts consiste en un oral passé au sein de leur établissement selon les modalités définies par la circulaire n° 2011-189 du 3 novembre 2011 publiée au B.O.EN n° 41 du 10 novembre 2011.
Pour les seuls candidats relevant de l'article 3c de l'arrêté du 18 août 1999 précité, cette épreuve d'histoire des arts est écrite et définie par la note de service n° 2010-207 du 9 novembre 2010 , publiée au B.O.EN n° 42 du 18 novembre 2010 (rectificatif du 25 novembre 2010 publié au B.O.EN n° 46 du 16 décembre 2010).

Selon les dispositions de l'arrêté précité, les candidats relevant de l'article 11, dits candidats « individuels », présentent six épreuves écrites ; ils ne présentent pas d'épreuve relative à l'histoire des arts.
Les candidats des sections internationales de collège et des établissements franco-allemands présentent les épreuves du diplôme national du brevet selon les modalités définies par l'arrêté du 25 février 2000, publié au B.O.EN n° 11 du 16 mars 2000, complété par l'arrêté du 23 décembre 2010, publié au B.O.EN n° 7 du 17 février 2011.

I - Épreuves communes à l'ensemble des candidats

Épreuve de français (…)

Épreuve de mathématiques

1. Durée de l'épreuve : 2 heures
2. Nature de l'épreuve : écrite
3. Objectifs de l'épreuve
Pour tous les candidats, l'épreuve évalue les connaissances et compétences définies par le socle commun au palier 3. Pour les candidats de la série générale uniquement, les acquis à évaluer se réfèrent à l'intégralité du programme de la classe de troisième.
Dans l'esprit du socle commun, le sujet doit permettre d'apprécier la capacité du candidat à mobiliser ses connaissances et à mettre en œuvre une démarche scientifique pour résoudre des problèmes simples.

4. Structure de l'épreuve
Le sujet est constitué de six à dix exercices indépendants. Il est indiqué au candidat qu'il peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.
Les exercices correspondent aux exigences du socle commun pour la série professionnelle et portent sur différentes parties du programme de troisième pour la série générale. L'ensemble du sujet doit préserver un équilibre entre les quatre premiers items de la compétence 3 du socle commun de connaissances et de compétences - les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique - appliqués à l'activité de résolution d'un problème mathématique :
- rechercher, extraire et organiser l'information utile ;
- mesurer, calculer, appliquer des consignes ;
- modéliser, conjecturer, raisonner et démontrer ;
- argumenter et présenter les résultats à l'aide d'un langage adapté.

L'essentiel de l'épreuve évalue ces capacités.
Un des exercices au moins a pour objet une tâche non guidée, exigeant une prise d'initiative de la part du candidat.

5. Instructions complémentaires
Le sujet doit **permettre à la plupart des candidats d'achever l'épreuve dans le temps imparti**.
Certaines questions peuvent prendre la forme de **questionnaires à choix multiple**, d'autres conduisent à **justifier un résultat.**
Les exercices peuvent prendre appui sur des **situations issues de la vie courante ou d'autres disciplines**.
L'évaluation doit **prendre en compte la clarté et la précision des raisonnements** ainsi que, plus largement, **la qualité de la rédaction scientifique**. Les solutions exactes, **même justifiées de manière incomplète**, comme la mise en œuvre d'idées pertinentes, **même maladroitement formulées**, seront valorisées lors de la correction. Doivent aussi être **pris en compte les essais, les démarches engagées, même non aboutis**. Les candidats en sont informés par l'énoncé.
L'emploi des calculatrices est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur. Certains exercices peuvent faire un appel explicite à l'usage d'une calculatrice, dans le cadre des usages préconisés par le programme. Ce point est rappelé en tête du sujet. Cette utilisation ne doit pas favoriser les élèves qui possèdent un matériel perfectionné.

6. Notation de l'épreuve
L'épreuve est notée sur 40 points.
Chaque exercice est noté entre 3 et 8 points, le total étant de 36 points. La note attribuée à chaque exercice est indiquée dans le sujet. Par ailleurs, 4 points sont réservés à la maîtrise de la langue.

Épreuve d'histoire-géographie-éducation civique (…)

L’épreuve de mathématiques du DNB 2011

(IA-IPR de mathématiques de l’académie de Toulouse)

L’évolution de l’épreuve de mathématiques du DNB se poursuit, en cohérence avec l’évolution des objectifs de formation au collège : il s’agit de **donner une place centrale à la résolution de problèmes** dans la formation des élèves et de leur permettre de **développer des capacités comme**

- rechercher, extraire et organiser l’information utile,
- calculer, appliquer des consignes,
- raisonner, argumenter,
- présenter la démarche suivie, les résultats obtenus.

L’épreuve de mathématiques du DNB mesure l’atteinte de ces objectifs.

Il serait intéressant que certains des devoirs effectués dans les classes aient également cette ambition et viennent en complément des évaluations plus ciblées (portant sur la maitrise des techniques et des méthodes étudiées) actuellement majoritairement pratiquées.

- **Le sujet 2011**

Depuis la session 2007, les exercices composant le sujet de mathématiques du DNB sont moins techniques, plus variés dans leur forme, plus concrets aussi, qu’auparavant.

Activités numériques :

- Le premier exercice testait, à la fois simplement et de façon significative, le sens donné par les élèves aux notions de fréquence et de probabilité et leur perception de la différence existant entre ces notions. Installer chez les élèves une perception correcte de l’aléatoire, dans des contextes familiers, est un des objectifs du programme de troisième et fait partie des items de la compétence trois du socle commun.
- Le deuxième exercice était un problème formulé de façon ouverte et le troisième un Vrai/Faux avec justification.

Un des deux relevés spécifiques demandés aux correcteurs portait sur le deuxième exercice. En voici les résultats :

Département	Démarche correcte	Démarche incorrecte	Absence de réponse
09	35,84%	25,98%	38,18%
12	40,26%	27,93%	31,81%
31	47,64%	22,59%	29,77%
32	42,94%	25,42%	31,64%
46	43,84%	21,68%	34,48%
65	36,95%	22,85%	40,20%
81	46,14%	23,12%	30,74%
82	35,5%	29,86%	34,64%
Tous	**43,67%**	**24,12%**	**33,21%**

Le pourcentage d’absences de réponses est important et cela est sans doute lié à une familiarité encore insuffisante des élèves avec les problèmes formulés de façon ouverte.

La consigne *« Si le travail n’est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche »* (sur la copie, bien sûr mais ce n’était pas indiqué) apparaissait pour la première fois et a surpris les élèves.

On pourra à l'avenir utiliser ce type de consigne, dans le cadre des devoirs en temps libre d'abord puis des devoirs de synthèse effectués en classe, et ainsi encourager les élèves à chercher, à essayer, et à faire part de leur démarche même si elle n'a pas abouti.

Plus largement, ***il convient de faire une place suffisante, dans la formation des élèves, à la résolution de problèmes non « balisés », favorisant ainsi la prise d'initiative et le raisonnement***. Ces problèmes gagnent sans doute à faire appel à des connaissances bien en place (donc non récemment découvertes et travaillées) et à pouvoir être résolus de différentes façons, expertes pour les unes, intuitives ou expérimentales pour les autres…

Bien sûr, les modalités d'évaluation des productions des élèves en réponse à ce type d'exercice doivent être adaptées et valoriser de façon importante les essais et les éléments de raisonnement pertinents même n'aboutissant pas.

Activités géométriques(AG) :

- Le premier exercice était de forme assez classique. Il mettait en jeu des propriétés essentiellement découvertes en 5^e et 4^e . L'absence de questions sur les théorèmes classiques de 3^e a surpris élèves et professeurs.

Cela rappelle que ***la maitrise des principales propriétés de géométrie étudiées les années antérieures à l'année en cours doit être entretenue***. On peut même penser que ***les exercices dont ces propriétés sont les ressorts principaux peuvent être moins guidés et donc fournir un cadre plus propice à l'évaluation des capacités de raisonnement des élèves que ceux mobilisant des propriétés plus récemment découvertes***.

La cinquième question était formulée de façon ouverte. Elle était également difficile car elle nécessitait, pour être résolue, un raisonnement à plusieurs pas.

- Le second exercice portait sur les grandeurs. Ses trois premières questions étaient assez élémentaires. La dernière, comme dans le premier exercice, était formulée de façon ouverte et, par ailleurs, difficile.

Le a) de la deuxième question de cet exercice *(« Calculer le volume, en cm^3, de ce pavé droit »,* les dimensions utiles étant données) a fait l'objet du deuxième relevé d'acquis demandé aux correcteurs. Voici ses résultats :

Département	Démarche correcte	Démarche incorrecte	Absence de réponse
09	44,96%	22,21%	32,83%
12	56,32%	21,53%	22,15%
31	59,09%	18,39%	22,52%
32	53,5%	22,14%	24,36%
46	52,96%	19,75%	27,29%
65	50,88%	21,99%	27,13%
81	55,82%	21,20%	22,98%
82	47,65%	22,53%	29,82%
Tous	55,30%	20,19%	24,51%

On ne peut se satisfaire de 55,30% de réussite au niveau académique sur cet item très simple.

- Les dernières questions de chacun des exercices ont été très peu réussies mais cela a peu pénalisé les élèves. ***Rappelons à cette occasion que le poids des questions dans un barème n'est pas proportionnel à leur difficulté.***

Le problème :

Il proposait l'étude de problématiques concrètes proches du quotidien des élèves. Organisé en plusieurs parties non indépendantes et appelant chacune une mise en situation assez longue à exposer, il a mis en difficulté les élèves non habitués à résoudre des problèmes longs et structurés et ceux ayant des difficultés à lire, comprendre et exploiter un texte assez dense.

- **Les résultats des élèves (moyennes calculées à partir des données transmises par les correcteurs)**

Département	Activités numériques sur 12	Activité géométriques sur 12	Problème sur 12	Note sur 40
09	5,08	5,74	5,74	18,85
12	5,74	6,73	6,44	21,31
31	6,13	6,79	6,53	21,98
32	5,66	6,53	6,39	21,03
46	5,74	5,91	6	19,66
65	5,37	6,17	5,71	19,89
81	6,05	6,54	6,42	21,57
82	5,46	6,01	6	19,8
Tous	5,85	6,51	6,31	21,14

Les moyennes et la répartition des notes après délibérations du jury figurent sur un autre document mis en ligne.

Pour l'académie, on peut noter que **si la moyenne est à 10,66, le premier quartile est à 8, la médiane à 11, le troisième quartile à 14, ce qui est convenable**.

En conclusion :

Le sujet du DNB 2011 doit encourager les professeurs à poursuivre leur réflexion sur les objectifs actuels de la formation des élèves, en mathématiques, au collège et notamment sur la place à donner, en formation et en évaluation, à la résolution de problème, aux exercices à support concret, aux questions et aux exercices formulés de façon ouverte, à la prise d'initiative des élèves, au raisonnement.

SOMMAIRE DE L'ONGLET « SOCLE » de la page mathématique du site académique

adresse : http://pedagogie.ac-toulouse.fr/math/college/socle/

Ressources pour l'enseignement des mathématiques :

- Nouveau : **Banque de situations relative à la compétence 3 (Mai 2011)**
  La banque de situations d'apprentissage et d'évaluation pour la compétence 3 offre un ensemble de ressources disciplinaires (mathématiques, SVT, sciences physiques et chimiques, technologie...) et pluridisciplinaires à télécharger.
  http://eduscol.education.fr/cid45766/ressources-pour-faire-la-classe.html
- Nouveau : « Document-ressource pour le socle commun dans l'enseignement des mathématiques au collège » (DGESCO – Mai 2011)
  Ce document explicite les objectifs d'apprentissage et les principes, pédagogiques et didactiques, pour une formation des élèves en mathématiques intégrant le socle. Une réflexion spécifique sur l'évaluation y est menée. Des exemples de pratiques pédagogiques appropriées (retour par « petites touches » sur les notions, résolution de problèmes, types de problèmes et de tâches confiées aux élèves, différenciation, exemples d'inflexion des pratiques d'évaluation) sont donnés et de nombreuses productions d'élèves sont analysées.

- « Principaux éléments de mathématiques - Banque de problèmes » (DGESCO – septembre 2009)
  « …On trouvera dans les pages qui suivent une sélection de problèmes pour lesquels les questions posées laissent les élèves libres de leurs procédures. Ces exercices, de difficultés variées, sont essentiellement à proposer en cours de formation et permettent d'évaluer l'acquisition progressive de compétences du socle, en particulier, celles relatives à la résolution de problèmes.
  Il n'est pas nécessaire qu'une question soit totalement réussie pour que des compétences du socle puissent être validées. Pour cela les écrits intermédiaires, les réussites partielles, les échanges oraux seront largement valorisés.
  En ce qui concerne, les modalités de mise en œuvre, un temps de recherche individuelle est indispensable, même dans le cadre d'un travail de groupe. Au cours de ce premier temps, le professeur peut être amené à apporter quelques aides mais il peut également valider des compétences repérées à cette occasion comme, par exemple, savoir rechercher, extraire et organiser l'information utile… »

Ressources spécifiques à la compétence 3 : « Principaux éléments de mathématiques et culture scientifique et technologique » :

- Vade-mecum (DGESCO – janvier 2011)
  Les principes d'une formation s'appuyant sur des situations et des travaux pluridisciplinaires : la tâche complexe en sciences, le lien entre les programmes et le socle : les tâches complexes contextualisées dans les programmes d'enseignement, des critères pour l'évaluation

- Aide au suivi de l'acquisition des connaissances et des capacités du socle commun (DGESCO – janvier 2011)
  Les tableaux contenus dans ce document accompagnent la grille de référence pour la validation de la compétence 3 du socle commun. Pour les capacités mises en œuvre lors de la résolution de problèmes mathématiques, scientifiques ou technologiques, ils proposent des repères qui balisent le cursus de l'élève en vue des attendus en fin de palier 3. Concernant le tableau des connaissances, celui-ci, pour chaque niveau du cursus, dresse une liste des connaissances mobilisables et délimite ainsi le champ cognitif dans lequel les enseignants doivent inscrire les tâches et les problèmes. Ils trouveront aussi dans ce tableau un éclairage sur des croisements disciplinaires possibles afin de construire des situations pluridisciplinaires d'apprentissage et d'évaluation de la 6ème à la 3ème.

- Situations d'apprentissage et d'évaluation interdisciplinaires impliquant les mathématiques (DGESCO – à paraître)

Ressources relatives au livret personnel de compétences (LPC) :

- Le livret personnel de compétences (LPC) (Arrêté du 14 juin 2010)
  Le livret personnel de compétences permet de suivre la progression des apprentissages de l'élève à l'école et au collège. C'est un outil national qui suit l'élève tout au long de sa scolarité. Il est identique pour tous les élèves. Le livret est organisé en 7 rubriques, appelées compétences. Ces sept compétences constituent le socle commun de connaissances et de compétences, c'est-à-dire les savoirs fondamentaux définis par la loi sur l'avenir de l'école.
  Le livret présente trois bilans :
  - le premier en fin de CE1, - palier 1 (3 compétences sont évaluées à ce niveau)
  - le deuxième en fin de CM2,
  - le dernier en fin de collège.
  Chacun de ces trois bilans permet de faire le point des acquisitions de l'élève.

- « Livret personnel de compétences – Grilles de références pour l'évaluation et la validation des compétences du socle commun » (DGESCO – janvier 2011)

- « Livret personnel de compétences (LPC) – Repères pour la mise en œuvre du livret personnel de compétences au collège » (DGESCO – mai 2010)

D'autres ressources institutionnelles

- Nouveau : grille pour l'évaluation de la compétence 3 du socle commun transmis par l'IG de mathématiques.
  Cette grille n'est pas une *grille de référence* pour la validation de la compétence 3 du socle commun mais un document donnant des indications aux professeurs pour la mise en œuvre de l'évaluation de cette compétence, dans le cadre de leur stratégie de formation des élèves, notamment dans le quotidien de la classe. Les indications fournies portent sur les deux domaines "Pratiquer une démarche scientifique et technologique, résoudre des problèmes" et "Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques" de la compétence 3"

- Diaporama «Mise en œuvre du LPC»
- Le document ressource pour la classe : "raisonnement et démonstration au collège"

ftp://trf.education.gouv.fr/pub/edutel/bo/2007/hs6/MENE0750668A_annexe2.pdf

Le cadre académique

- Note de service rectorale
- Document guide

Des Ressources pédagogiques académiques

- Dossier sur l'évaluation - Relation Septembre 2009
- **Stages**
  1. La responsabilité des enseignants de Mathématiques dans l'évaluation du domaine Mathématiques du pilier 3.
     - Compte-rendu du Stage Journée pedagogique 2010
     - Compte-rendu des stages Journées pedagogiques 2006 - 2007 - 2009
  2. La responsabilité des enseignants de Mathématiques dans l'évaluation des pilers autres que le pilier 3
  3. La responsabilité des enseignants des disciplines autre que les Mathématiques dans la validation du pilier 3

PALIER 3 ▶ COMPETENCE 3 ▶ LES PRINCIPAUX ELEMENTS DE MATHEMATIQUES ET LA CULTURE SCIENTIFIQUE ET TECHNOLOGIQUE

L'acquisition des « principaux éléments de mathématiques et de culture scientifique et technologique » est évaluée dans le cadre de la résolution de problèmes mathématiques, scientifiques ou technologiques inspirés de situations concrètes de la vie courante. Cette compétence met en jeu des capacités (« rechercher, extraire et organiser l'information utile», « réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes », « raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique », « présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer »), des connaissances et des attitudes. La résolution d'un problème ou la pratique d'une démarche scientifique ou technologique doit être appréciée avec discernement : l'évaluation doit prendre appui sur l'engagement de l'élève à mobiliser certaines ressources tout autant que sur la justesse du résultat final. De même, on distinguera ce qui relève de la connaissance du vocabulaire mathématique ou de la notion scientifique ou technologique et ce qui relève de la compréhension du concept et de son utilisation.

Comme pour les sept compétences, la validation de la compétence 3 du socle commun est une décision collégiale éclairée par les évaluations menées dans diverses situations, par divers enseignants et en particulier par les quatre professeurs concernés (physique-chimie, sciences de la vie et de la Terre, technologie et mathématiques). Elle est réalisée à partir des évaluations habituellement pratiquées à l'occasion des devoirs surveillés ou des devoirs à la maison, mais aussi en situation de classe, à travers la pratique d'une démarche d'investigation ou de projet, la résolution de problèmes, la mise en œuvre d'une tâche complexe disciplinaire ou pluridisciplinaire. Les pratiques de classe offrent des occasions privilégiées d'évaluation diversifiée permettant de varier les capacités mises en jeu. L'évaluation à l'oral permet de lever certains obstacles comme l'impossibilité pour certains élèves d'entrer dans un processus de rédaction alors qu'ils sont tout à fait capables de raisonner et d'expliquer oralement leur raisonnement.

Les tableaux ci-dessous indiquent pour les capacités mises en œuvre lors de la résolution de problèmes mathématiques, scientifiques ou technologiques le niveau attendu en fin de palier 3. Concernant le tableau des connaissances, celui-ci ne dresse pas une liste exhaustive des connaissances mais signale comment elles doivent être mobilisées dans des tâches et des problèmes utilisés pour contribuer à la validation de la compétence 3 du socle commun. Ces exigences de fin de palier 3 correspondent à des connaissances abordées tout au long de la scolarité au collège et donc évaluées pendant l'ensemble du cursus. Pour faciliter cette évaluation progressive un tableau détaillé a été élaboré pour définir les exigences à chaque niveau de la 6ème à la 3ème. Il est publié dans les outils pour l'évaluation du socle commun sur eduscol.education.fr/soclecommun.

PRATIQUER UNE DÉMARCHE SCIENTIFIQUE, RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

Item	Explicitation des items	Indications pour l'évaluation
Rechercher, extraire et organiser l'information utile	***Observer, recenser des informations :*** *extraire d'un document, d'un fait observé, les informations utiles.*	L'élève extrait des informations à partir d'un ensemble de documents (papier ou numériques) et d'observations en relation avec le thème de travail.
	Décrire le comportement d'une grandeur.	A partir de l'observation du fonctionnement d'un objet technique, l'élève identifie qualitativement les grandeurs d'entrée et de sortie et est capable de les quantifier dans des cas simples. À partir d'une observation, d'une série de mesures, d'un tableau, l'élève repère lui-même le comportement d'une grandeur.
	Distinguer ce qui est établi de ce qui est à prouver ou à réfuter.	Dans un document traitant d'un sujet d'actualité ou faisant débat, l'élève distingue les faits établis des faits à prouver ou à réfuter.
	Confronter l'information disponible à ses connaissances	Au cours d'une étude de documents, dans un énoncé, l'élève repère des informations en accord ou non avec ses connaissances antérieures.
	Organiser les informations pour les utiliser : *reformuler, traduire, coder, décoder*	L'élève traduit une information codée (écriture conventionnelle, schéma normalisé, graphique…). L'élève traduit une information simple avec une codification choisie et pertinente (sur un document papier ou informatique). L'élève utilise une calculatrice ou un tableur pour organiser l'information utile sous la forme d'un graphique ou d'un tableau.

PRATIQUER UNE DÉMARCHE SCIENTIFIQUE, RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

Item	Explicitation des items	Indications pour l'évaluation
Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes	*Suivre un protocole, un programme (de construction ou de calcul).* *Mesurer : lire et estimer la précision d'une mesure.* *Calculer, utiliser une formule.* *Utiliser un instrument (de construction, de mesure ou de calcul), une machine, un dispositif.* *Construire en appliquant des consignes et en respectant des conventions, un schéma, un tableau, un dessin, un graphique, une figure géométrique.*	L'élève suit un programme ou un protocole simple dans un contexte nouveau ou plus complexe en respectant les règles de sécurité. L'élève réalise une mesure avec un instrument qu'il connaît. Il en connaît les caractéristiques (précautions, estimation de l'erreur, conditions d'utilisation). L'élève mène à bien un calcul numérique, utilise une expression littérale. L'élève utilise en autonomie une machine, un instrument, un dispositif, en respectant les règles d'usage et de sécurité. L'élève réalise une construction géométrique avec les instruments ou avec un logiciel de géométrie en autonomie. L'élève construit un tableau en choisissant lui-même un paramètre de représentation L'élève fait un schéma, une figure normale, agrandie ou réduite, en utilisant des règles de représentation qu'il a apprises. L'élève fait un dessin scientifique ou technique en utilisant des règles de représentation qu'il a apprises. L'élève construit un graphique en choisissant lui-même un paramètre de représentation (échelle, axes,...).
Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer	***Proposer une démarche de résolution :*** *formuler un problème ;* *comparer une situation à un modèle connu ;* *émettre une hypothèse, une conjecture : proposer une méthode, un calcul, un algorithme, une procédure, une expérience (protocole), un outil adapté ;faire des essais ; choisir, adapter une méthode, un protocole.* ***Exploiter les résultats :*** *confronter le résultat obtenu au résultat attendu ;* *mettre en relation ;* *déduire ;* *valider ou invalider la conjecture, l'hypothèse.*	L'élève distingue, dans un contexte simple, les questions auxquelles on peut répondre directement, celles qui nécessitent un traitement et celles pour lesquelles l'information est insuffisante. L'élève participe à une formulation d'un problème simple à partir d'observations, de données ou d'essais erreurs. Dans un tel cadre, il formule une conjecture. L'élève participe à la conception d'une méthode, d'un programme de construction ou de calcul, d'un algorithme correspondant à la question posée ou à la conjecture (hypothèse) proposée. L'élève adapte une méthode, un algorithme, un programme, à une situation proche. Le protocole ou l'algorithme étant donné, l'élève prévoit les informations ou les résultats qu'il peut en tirer. Le problème étant clairement identifié, l'élève met en œuvre une démarche d'investigation ou par essais erreurs, applique une formule, un algorithme, un théorème. L'élève conduit un raisonnement pour démontrer une propriété ayant fait l'objet d'une conjecture. L'élève décrit l'influence d'un paramètre sur le phénomène étudié. L'élève exploite les résultats pour valider ou invalider chacune des hypothèses (ou conjectures) proposées. L'élève contrôle la vraisemblance d'un résultat en faisant un calcul d'ordre de grandeur. L'élève peut expliquer une méthode, un algorithme, un raisonnement qu'il a mis en œuvre.
Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté	*Présenter, sous une forme appropriée, une situation (avec une formulation adaptée), un questionnement, une conjecture, une démarche (aboutie ou non), un algorithme, un résultat, une solution :* *• au cours d'un débat ;* *• par un texte écrit ;* *• à l'oral ;* *• par une représentation adaptée (schéma, graphique, tableau, figure...) ;* *• dans un environnement informatique.*	L'élève ordonne et structure une solution, une conclusion, un ensemble de résultats. L'élève propose un ou des modes d'expression ou de représentation appropriés pour exprimer le résultat de sa recherche (mesure, calcul, construction, expérimentation, réalisation). L'élève sait rendre compte de la démarche de résolution selon une forme qu'il choisit. L'élève utilise un tableur, un logiciel de traitement de textes, un logiciel de géométrie ou de représentation graphique, un modeleur volumique pour présenter des données, une démarche, un résultat.

SAVOIR UTILISER DES CONNAISSANCES ET DES COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES

Item	Explicitation des items	Indications pour l'évaluation
Organisation et gestion de données : reconnaître des situations de proportionnalité, utiliser des pourcentages, des tableaux, des graphiques. Exploiter des données statistiques et aborder des situations simples de probabilité	***En situation, l'élève est capable de :*** *• reconnaître si deux grandeurs sont ou non proportionnelles et, dans l'affirmative :* *- déterminer et utiliser un coefficient de proportionnalité ;* *- utiliser les propriétés de linéarité ;* *- calculer une quatrième proportionnelle.* *• relier pourcentages et fractions.* *• appliquer un pourcentage.* *• calculer un pourcentage, une fréquence.* *• repérer un point sur une droite graduée, dans un plan muni d'un repère orthogonal.* *• lire des données présentées sous forme de tableaux, de graphiques.* *• effectuer, à la main ou avec un tableur-grapheur, des traitements de données. Les données seront, autant que possible, recueillies à l'issue d'expériences ou d'enquêtes.* *• utiliser un tableur-grapheur pour :* *- présenter des données ;* *- calculer des effectifs, des fréquences, des moyennes ;* *- créer un graphique ou un diagramme.* *• déterminer des probabilités dans des contextes familiers par :* *- un calcul exact lorsque la situation le permet ;* *- des fréquences observées expérimentalement dans le cas contraire.*	L'élève doit savoir reconnaître et traiter une situation de proportionnalité : • à partir d'un graphique ; • à partir d'une représentation à l'échelle ; • en l'associant à une description du type « je multiplie par a ». Les nombres en jeu sont entiers, décimaux ou fractionnaires. L'exigence porte sur l'application d'un pourcentage, le calcul d'un pourcentage. Les coordonnées d'un point du plan s'expriment par des entiers, des décimaux ou fractions simples. Les traitements de données interviennent essentiellement pour exprimer et exploiter les résultats de mesures d'une grandeur dans le cadre d'une étude statistique. L'utilisation du tableur-grapheur permet de passer d'un mode de représentation à un autre. Les nombres en jeu sont des décimaux relatifs ou des quotients simples. L'élève doit savoir créer, interpréter, comprendre, utiliser une formule comprenant non seulement des références relatives, mais aussi des références absolues (les références mixtes sont exclues). Les exigences portent uniquement sur les expériences aléatoires à une épreuve.
Nombres et calculs : connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires. Mener à bien un calcul : mental, à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur	***En situation, l'élève est capable de :*** *• traduire les données d'un exercice à l'aide de nombres relatifs.* *• mobiliser des écritures différentes d'un même nombre.* *• comparer des nombres.* *• choisir l'opération qui convient.* *• maîtriser de manière automatisée les tables de multiplication « dans un sens ou dans l'autre » pour effectuer un calcul mental simple, un calcul réfléchi, un calcul posé portant sur des nombres de taille raisonnable.* *• mener à bien un calcul instrumenté (calculatrice, tableur).* *• conduire un calcul littéral simple.* *• évaluer mentalement un ordre de grandeur du résultat avant de se lancer dans un calcul.* *• contrôler un résultat à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur.*	Les nombres utilisés sont les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire. La comparaison des nombres en écriture fractionnaire se limite au cas de deux nombres positifs ; la mise au même dénominateur doit pouvoir se faire par simple calcul mental. Connaître la signification de la racine carrée d'un nombre positif Les opérations mobilisées sont : • les quatre opérations sur les nombres relatifs entiers, décimaux ; • la multiplication des nombres relatifs en écriture fractionnaire ; • l'addition, la soustraction des nombres relatifs en écriture fractionnaire, dans le cas où la mise au même dénominateur peut se faire par calcul mental. Pour la division décimale posée les nombres décimaux comportent au maximum deux chiffres après la virgule et le diviseur est un entier inférieur à 10. Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur exacte ou approchée de la racine carrée d'un nombre positif Le calcul littéral porte sur : • le calcul de la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques ; • la réduction d'une expression simple du premier degré à une variable du type ax+b, avec a et b décimaux le développement d'une expression du premier degré à une variable du type a(bx+c) L'exigence porte sur l'ordre de grandeur d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient de deux nombres décimaux.

SAVOIR UTILISER DES CONNAISSANCES ET DES COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES

Item	Explicitation des items	Indications pour l'évaluation
Géométrie : connaître et représenter des figures géométriques et des objets de l'espace. Utiliser leurs propriétés	***En situation, l'élève est capable de :*** *• effectuer des constructions simples en utilisant :* *- des outils (instruments de dessin, logiciels)* *- des définitions, des propriétés (en acte et sans nécessité d'indiquer ou de justifier la méthode choisie).* *Les tracés doivent pouvoir être réalisés sur papier uni ou support informatique.*	Les exigences portent sur : • la construction d'une figure à partir de données suffisantes sur des longueurs ou des angles • la construction d'une figure symétrique d'une figure donnée par rapport à un axe ou un centre ; • le dessin à main levée d'une représentation en perspective cavalière d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution • l'agrandissement ou la réduction d'une figure ; • la représentation d'une sphère et de certains de ses grands cercles.
	• utiliser les propriétés d'une figure et les théorèmes de géométrie pour résoudre par déduction un problème simple. *• raisonner, démontrer.* *Les supports sont des configurations immédiatement lisibles ; les raisonnements ne font pas systématiquement l'objet d'une mise en forme écrite.* ***Il est seulement attendu des élèves qu'ils sachent utiliser en situation les propriétés.***	Mobiliser une propriété pour élaborer une déduction simple. L'évaluation s'effectue **oralement ou en situation**, sans exigence particulière de mise en forme des justifications.
	• interpréter une représentation plane d'un objet de l'espace, un patron.	Les exigences portent sur la reconnaissance, la représentation et l'utilisation de sections planes de solides usuels (cube, parallélépipède rectangle, prisme droit, cylindre, sphère).
Grandeurs et mesures : réaliser des mesures (longueurs, durées,...). Calculer des valeurs (volumes, vitesses,...), en utilisant différentes unités	***En situation, l'élève est capable de :*** *• mesurer une distance, un angle, une durée.* *• calculer une longueur, une aire, un volume, une durée, une vitesse.* *Les exigences concernant les données permettant le calcul sont les mêmes que celles de la partie « nombres et calcul ».*	Les exigences portent sur la mesure et le calcul des grandeurs suivantes : longueur, angle, aire, volume, durée et vitesse. L'élève doit connaître et utiliser l'effet d'une réduction ou d'un agrandissement sur l'aire et le volume.
	• effectuer des conversions d'unités relatives aux grandeurs étudiées. *Les exigences concernant les mesures données sont les mêmes que celles de la partie « nombres et calcul ».*	Les exigences portent sur la connaissance des unités de longueur, aire, volume, masse et vitesse et sur la maîtrise des changements d'unités.

Document ressource pour le socle commun dans l'enseignement des mathématiques au collège

SOMMAIRE :

Des exemples (non des modèles !) de devoirs en temps libre différenciés

5° **Devoir maison n°1.** pour le 22/09/11

Sujet A : Novice .

Exercice 1 :

Calculer en détaillant les étapes :

A =87 – 17 +15 – 25 B = 36 : 4 × 5 C = 15 + 8 × 11

D = 13 – 6 : 2 E = 7 – (11 – 3) : 2

Exercice 2 :

Pour le déplacement de ses supporteurs, un club de football prévoit 3 avions de 140 places et 13 bus de 59 places.

a. Ecrire une expression qui permet de calculer le nombre de supporteurs qui pourront effectuer le déplacement.

b. Calculer cette expression.

Sujet B : Confirmé .

Exercice 1 :

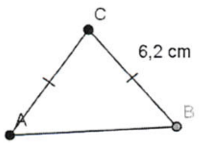
Calculer en détaillant les étapes :

C = 15 + 8 × 11 E = 7 – (11 – 3) : 2 F = 3 × [2 + (5 + 7) : 3]

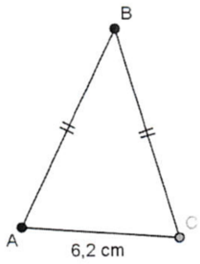
Exercice 2 :

Chacun des triangles ABC ci-dessous a un périmètre de 20 cm. Dans chaque cas, écrire une expression pour calculer la longueur AB, puis effectuer le calcul.

a.



b.



Sujet C : Costaud .

Exercice1 :

Calculer en détaillant les étapes :

C = 15 + 8 × 11 F = 3 × [2 + (5 + 7) : 3]

Exercice 2 :

Un garage propose une formule de crédit pour l'achat d'une voiture qui coûte 16 000 euros :

_ paiement de 5 000 euros à la livraison du véhicule.

_ et paiement de 48 mensualités de 250 euros.

a/ Ecrire une expression permettant de calculer le prix de cette voiture avec ce crédit.

b/ Ecrire une expression permettant de calculer la somme que l'on payera en plus si l'on achète cette voiture avec ce crédit.

c/ Calculer cette dernière expression.

Devoir maison n°3.

pour le 07/11/11

Novice .

Exercice 1 :

a/ Développer les expressions suivantes :

A = 6(11 + 3) = 6 × … + 6 × … = … + … =… ← *A recopier et compléter.*

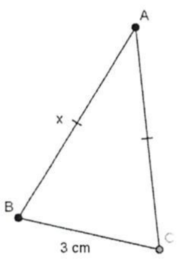
B = (2 – a) × 7   C = 3(1 – 4y)

b/ Factoriser et réduire les expressions suivantes :

D = 3 × 6 – 3 × 4 = … × (… - …) = … × … = … ← *A recopier et compléter.*

E = 5 × 4 + 3 × 5   F= 4 × 7 – 24   G = 7x + 2x

Exercice 2 :



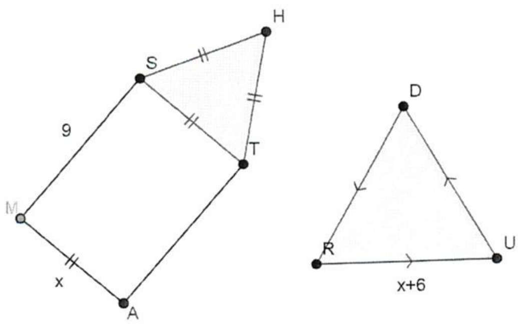
a/ Exprimez le périmètre de la figure suivante en fonction de x .

b/ Calculer le périmètre si x = 4 cm.

Confirmé .

Exercice 1 :

Sur les figures ci-dessous, MATS est un rectangle et les triangles STH et DUR sont équilatéraux.



Le polygone MATHS et le triangle DUR ont-ils le même périmètre ? Justifier la réponse.

Exercice 2 :

1. Yassine achète des DVD sur Internet. Un DVD coûte 1,25 euros et les frais de livraison sont de 5 euros.

   a/ Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

Nombre de DVD	1	5	10	20	30	40	50
Prix à payer en euros							

   b/ On désigne par n le nombre de DVD que Yassine a commandé et par p le prix qu'il va payer.
   Exprimer p en fonction de n.

2. Yassine dispose de 50 euros.
   Combien va-t-il pouvoir commander de DVD ?

Costaud .

Exercice1 :
Même que l'exercice 1 du sujet confirmé.

Exercice 2 :
Mr Delamainverte, jardinier du roi, a labouré trois parcelles du jardin.
Soit x l'aire en m² de la parcelle A.
L'aire de la parcelle B fait 150 m² de plus que l'aire de la parcelle A.
L'aire de la parcelle C fait le double de l'aire de la parcelle B.

a/ Exprimer, en fonction de x, l'aire de la parcelle B.

b/ Exprimer, en fonction de x, l'aire de la parcelle C.

c/ Exprimer, en fonction de x, l'aire totale des trois parcelles.
Simplifiez l'expression trouvée.

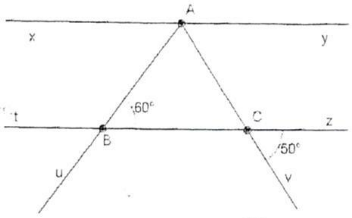
d/ Si la première parcelle a une aire de 800 m², quelle est l'aire totale des trois parcelles ?

e/ Si l'aire totale des trois parcelles est 2450 m², quelle est l'aire de la parcelle A ?

Novice .

Exercice :

Les droites (xy) et (tz) sont parallèles.
Le point A appartient à la droite (xy).
Les demi-droites [Au) et [Av) coupent la droite (tz) en B et C.



1/ Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$? Justifiez votre réponse.

2/ a. On considère les deux droites (xy) et (tz) coupées par la sécante (AC).

Citez un angle correspondant à l'angle $\widehat{vCz}$.

b. On considère les deux droites (xy) et (tz) coupées par la sécante (AB).

Citez un angle alterne interne avec à l'angle $\widehat{CBA}$.

3/ a. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{vCz}$? Justifiez votre réponse.

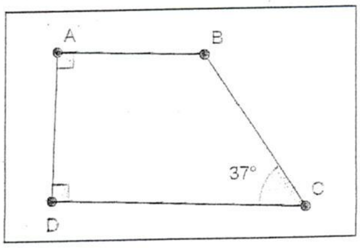
b. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CBA}$? Justifiez votre réponse.

4/ En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

Confirmé .

Exercice :

ABCD est un trapèze rectangle.



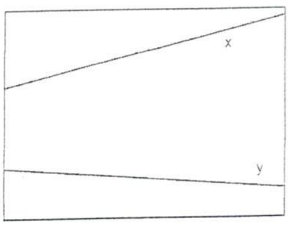
a/ Pourquoi les droites (AB) et (DC) sont-elles parallèles ? Justifiez votre réponse.

b/ Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. Justifiez votre réponse.

Costaud .

Exercice1 : même exercice que le sujet confirmé.

Exercice 2 :Imaginer une stratégie.



Les deux demi-droites [Ox) et [Oy) ont la même origine, mais le point O est en dehors du cadre.

<u>Mesurer</u> l'angle $\widehat{xOy}$ <u>sans effectuer de tracé en dehors du cadre</u>. Justifiez votre méthode.

EXEMPLE DE CONSTRUCTION D'ACTIVITE DIFFERENCIEE

Niveaux d'ouverture/ niveaux d'approfondissement/ niveaux de maîtrises

Problème

6 enfants sont propriétaires d'une maison en indivision. Ils doivent faire des travaux mais l'une d'entre eux, Véronique, n'est pas en mesure de payer. Quelle part de la facture des travaux sera redevable Véronique à chacun de ses frères ou sœurs ?

Objet du travail

On cherche une adaptation de cette problématique à une activité différenciée de cinquième. On part du problème et on ajoute ou on retranche des questions, on complexifie ou on simplifie, on abstrait ou on rend concret. L'objectif est de jouer sur des variables d'ajustement (didactiques) qui rendent l'énoncé plus ou moins abordable.

La présentation laisse volontairement les traces évolutives des différentes versions de l'activité (avec des mots barrés et des mots nouveaux en italique).

Ce travail n'est pas du tout un modèle. Il est fait pour donner une base de travail pour réfléchir en équipe à l'intérêt de produire en équipe des activités différenciées.

Niveau 0 : résolution de type sixième/ cinquième niveau socle.

On part d'une situation avec des valeurs numériques simples, on propose un questionnement fermé et on essaie de rendre le problème le plus réaliste possible.

~~6 enfants~~ *Paul , Ernest, Brigitte, Véronique , Philippe et Isabelle* sont propriétaires d'une maison de famille ~~en indivision~~. Ils doivent faire des travaux *pour une valeur de 12 000 €* mais l'une d'entre eux, Véronique, n'est pas en mesure de payer *aujourd'hui. Elle remboursera ses frères et sœurs dans 3 ans.*

a) Combien aurait dû payer Véronique aujourd'hui ? Fais un dessin pour représenter la part de Véronique.

b) A combien de frères devra-t-elle rembourser sa part ?

c) Combien devra rembourser Véronique à chaque frère ou sœur ? Fais sur le même dessin la part de la facture globale ce que cela représente.

d) Simplifie la fraction 400/12000.

e) Est-ce que la part de la facture globale rendue à chacun de ses frères ou sœurs est 1/30 ? 1/6 ? 1/5 ? 1/11 ?

Niveau 1 : résolution de type cinquième niveau moyen -.

On part d'une situation avec des valeurs numériques ~~simples~~, on propose un questionnement *moins* fermé, on essaie de rendre le problème ~~le plus réaliste possible~~ *concret et on cherche une conjecture*.

6 enfants ~~*Paul , Ernest, Brigitte, Véronique , Philippe et Isabelle*~~ sont propriétaires d'une maison de famille en indivision. Ils doivent faire des travaux *pour une valeur de 13 500 €* mais l'une d'entre eux, Véronique, n'est pas en mesure de payer aujourd'hui. Elle remboursera ses frères et sœurs dans 3 ans.

a) *Que signifie « indivision » ?*

~~b) Combien aurait dû payer Véronique aujourd'hui ?~~ Fais un dessin pour représenter la part de Véronique. *Quelle est la part de Véronique ?*

~~b) A combien de frères devra-t-elle rembourser sa part ?~~

c) Combien devra rembourser Véronique à chaque frère ou sœur ? Fais sur le même dessin la part de la facture globale ce que cela représente.

d) Simplifie les fractions 450/13 500, *2 250/13 500 ; 450/2 250*.

*e) Peux-tu expliquer que 1/6 *1/5 = 1/30 à l'aide du dessin ou par le calcul ?*

*f) conjecturer 1/a*1/b = ?*

Niveau 2 : résolution de type cinquième niveau moyen + .
On part d'une situation avec des valeurs numériques ~~simples~~, on propose un questionnement ~~moins fermé~~ *assez ouvert*, on ~~essaie de rendre le~~ *pose un* problème ~~le plus réaliste possible~~ concret et on cherche une conjecture.
6 enfants ~~Paul , Ernest, Brigitte, Véronique , Philippe et Isabelle~~ sont propriétaires d'une maison de famille en indivision. Ils doivent faire des travaux pour une valeur de 13 500 € mais l'une d'entre eux, Véronique, n'est pas en mesure de payer aujourd'hui. Elle remboursera ses frères et sœurs dans 3 ans.
a) Que signifie « indivision » ?
~~b) Combien aurait dû payer Véronique aujourd'hui ?~~ Fais un dessin pour représenter la part de Véronique. Quelle est la part de Véronique ?
~~b) A combien de frères devra-t-elle rembourser sa part ?~~
c) ~~Combien devra rembourser Véronique à chaque frère ou sœur~~ ? Fais sur le même dessin la part de la facture globale ce que cela représente. Donne cette part sous la forme 1/n.
~~d) Simplifie les fractions 450/13 500, 2 250/13 500 ; 450/2 250.~~
e) Peux-tu expliquer que 1/6 *1/5 = 1/30 à l'aide du dessin ~~et du calcul~~
f) *Que peux-tu* conjecturer ~~1/a*1/b =~~ ?

Niveau 3 : résolution de type cinquième niveau fort .
On part d'une situation ~~avec des~~ *sans* valeurs numériques ~~simples~~, on propose un questionnement ~~moins fermé assez~~ *ouvert*, on ~~essaie de rendre le~~ pose un problème ~~le plus réaliste possible~~ concret ~~et~~ on cherche une conjecture *et une démonstration tout en recherchant une certaine abstraction.*
6 enfants ~~Paul , Ernest, Brigitte, Véronique , Philippe et Isabelle~~ sont propriétaires d'une maison de famille en indivision. Ils doivent faire des travaux pour une valeur de 13 500 € mais l'une d'entre eux, Véronique, n'est pas en mesure de payer aujourd'hui. Elle remboursera ses frères et sœurs dans 3 ans.
a) Que signifie « indivision » ?
~~b) Combien aurait dû payer Véronique aujourd'hui ?~~ Fais un dessin pour représenter la part de Véronique. Quelle est la part de Véronique ? *(mettre sous la forme 1/n).*
~~b) A combien de frères devra-t-elle rembourser sa part ?~~
c) ~~Combien devra rembourser Véronique à chaque frère ou sœur~~ ? Fais sur le même dessin la part de la facture globale ce que cela représente. ~~Donne cette part sous la forme 1/n~~.
~~d) Simplifie les fractions 450/13 500, 2 250/13 500 ; 450/2 250.~~
e) ~~Peux-tu expliquer que 1/6 *1/5 = 1/30~~ *Quelle égalité fractionnaire obtiens-tu* à l'aide du dessin ? ~~du calcul ?~~
f) Que peux-tu conjecturer ?
g) En se servant de la définition de quotient (a= 1/5 signifie 5a = 1), que signifie b = 1/6 ? Combien vaut 30ab ? Qu'est ce que cela signifie ? Qu'a-t-on prouvé ?

SOMMAIRE du rapport IGEN sur les traces écrites des élèves en mathématiques (mai 2001)

Principes généraux de l'apprentissage du raisonnement et de la démonstration en mathématiques au collège et au lycée

I. Introduction :

La France est l'un des rares pays dans lesquels l'apprentissage du raisonnement, en vue de fournir une preuve de ce qui est avancé, et de sa formalisation spécifique que constitue la démonstration est un objectif explicitement identifié dans les programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire.
Chaque enseignant de mathématiques est donc conduit à identifier les enjeux de formation adossés au travail de la preuve qu'il s'agit de concevoir et de mettre en œuvre, dans le cadre d'une véritable stratégie d'enseignement et donc aussi d'évaluation des acquis des élèves.
La formation mathématique des élèves du secondaire est donc riche de cette impérieuse nécessité pour chaque enseignant : faire raisonner les élèves dans le quotidien de la classe et *via* l'ensemble des tâches et travaux qui leur sont proposés, à l'écrit comme à l'oral, afin de leur faire acquérir les connaissances (les énoncés mathématiques : définitions, propriétés et théorèmes), les capacités (savoir reconnaître que telle ou telle connaissance peut ou doit être mise en œuvre pour résoudre tel ou tel type de problèmes, savoir articuler des arguments pour élaborer un raisonnement valide, savoir donner, voire bâtir, un exemple ou un contre exemple,…) et les attitudes (la concentration, la curiosité, la rigueur,…) à mobiliser pour *faire des mathématiques*.

II. Ce qu'en disent les programmes et les documents-ressources :

Au collège

… Au terme de la scolarité obligatoire, les élèves doivent avoir acquis les éléments de base d'une pensée mathématique. Celle-ci repose sur un ensemble de connaissances solides et sur des méthodes de résolution de problèmes et des modes de preuves (raisonnement déductif et démonstrations spécifiques)...

Programme de mathématiques du collège – introduction commune
I - la culture scientifique et technologique acquise au collège – 4. Penser mathématiquement

…Le rôle de la preuve, établie par le raisonnement, est essentiel et l'on ne saurait se limiter à vérifier sur des exemples la vérité des faits mathématiques…

II - le socle commun de connaissances et de compétences – 1. les mathématiques

La question de la preuve occupe une place centrale en mathématiques. La pratique de l'argumentation […] se poursuit au collège pour faire accéder l'élève à cette forme particulière de preuve qu'est la démonstration. Si, pour cet objectif, le domaine géométrique occupe une place particulière, la préoccupation de prouver et de démontrer ne doit pas s'y cantonner. Le travail sur les nombres, sur le calcul numérique, puis sur le calcul littéral offre également des occasions de démontrer. […] deux étapes doivent être clairement distinguées : la première, et la plus importante, est la recherche et la production d'une preuve ; la seconde, consistant à mettre en forme la preuve, ne doit pas donner lieu à un formalisme prématuré. En effet des préoccupations et des exigences trop importantes de rédaction, risquent d'occulter le rôle essentiel du raisonnement dans la recherche et la production d'une preuve. C'est pourquoi il est important de ménager une grande progressivité dans l'apprentissage de la démonstration et de faire une large part au raisonnement, enjeu principal de la formation mathématique au collège.
La rédaction et la mise en forme d'une preuve gagnent à être travaillées collectivement, avec l'aide du professeur, et à être présentées comme une façon convaincante de communiquer un raisonnement aussi bien à l'oral que par écrit.
Dans le cadre du socle commun, qui doit être maîtrisé par tous les élèves, c'est la première étape, «recherche et production d'une preuve » qui doit être privilégiée, notamment par une valorisation de l'argumentation orale. […] La prise de conscience de ce que sont la recherche et la mise en œuvre d'une démonstration est également facilitée par le fait que, en certaines occasions, l'enseignant se livre à ce travail devant la classe, avec la participation des élèves.
Cette initiation à la démonstration doit en particulier permettre aux élèves de distinguer une propriété conjecturée et vérifiée sur des exemples d'une propriété démontrée. En particulier, l'enseignant doit préciser explicitement qu'un résultat mathématique qui n'est pas démontré est admis.

Programme de mathématiques du collège – préambule pour le collège
4. organisation des apprentissages et de l'enseignement – 4.5. Une initiation très progressive à la démonstration

Les étapes possibles d'une démarche d'investigation en mathématiques

- Réflexion sur le problème posé […]
- Mise en place d'une preuve argumentée.

Ce travail, inclus dans une séquence d'enseignement, est suivi d'**un temps de synthèse identifiant clairement les points à retenir** puis d'une institutionnalisation des acquis (notions, savoir-faire, démarches) et de leur mise en œuvre.
En fin de séance, l'institutionnalisation peut être simplement :
« Aujourd'hui, on a appris à calculer la longueur de l'hypoténuse connaissant la longueur des deux autres côtés … ».

Place du raisonnement dans cette démarche
Les élèves seront amenés à raisonner en alternant :
1. des temps de recherches individuelles laissant une certaine autonomie à l'élève […]. Le professeur observe la progression des élèves, peut échanger avec quelques-uns pour ne pas les laisser en situation de blocage ou éviter qu'ils se dirigent trop longtemps sur une voie sans issue, et surtout repère tous les éléments qui lui permettront de gérer la réflexion collective ;
2. des temps d'échanges oraux permettant aux élèves de proposer leurs idées, de les argumenter, de les justifier, de valider ou de rejeter les propositions de leurs camarades.
De nombreux types de raisonnement peuvent être mis en œuvre : le raisonnement par induction-présomption y est très présent puisque, dans une activité d'investigation, la démarche à suivre n'est pas suggérée par l'énoncé, mais il peut être aussi déductif, par l'absurde, par exhaustivité des cas, …
Cependant, il est important que la mise en oeuvre, orale ou écrite, ne soit pas gênée par un formalisme prématuré. La rédaction finale, l'application des résultats obtenus, entamées ou non en classe, peuvent être données à faire en dehors de la classe, les demandes pouvant être diversifiées en fonction des élèves et des objectifs d'apprentissage visés. Toutefois, la rédaction et la mise en forme d'une preuve gagnent à être travaillées collectivement, avec l'aide du professeur et à être présentées comme une façon convaincante de communiquer un raisonnement aussi bien à l'oral que par écrit.

Document-ressource pour le collège – Raisonnement et démonstration –

Au lycée
Le développement de l'argumentation et l'entraînement à la logique font partie intégrante des exigences des classes de lycée. À l'issue de la seconde, l'élève devra avoir acquis une expérience lui permettant de commencer à distinguer les principes de la logique mathématique de ceux de la logique du langage courant et, par exemple, à distinguer implication mathématique et causalité. […] Comme les éléments de logique mathématique, les notations et le vocabulaire mathématiques sont à considérer comme des conquêtes de l'enseignement et on comme des points de départ. Pour autant, ils font pleinement partie du programme […]

Programme de mathématiques de la classe de seconde
Raisonnement et langage mathématiques

Comme en classe de seconde, les capacités d'argumentation, de rédaction d'une démonstration et de logique font partie intégrante des exigences du cycle terminal. […] Il importe […] de prévoir des moments d'institutionnalisation de certains concepts ou types de raisonnement, après que ceux-ci ont été rencontrés plusieurs fois en situation. […]

Programmes de mathématiques des classes de première et terminale S et ES-L
Raisonnement et langage mathématiques

Les capacités attendues dans le domaine […] du raisonnement […] doivent être exercées à l'intérieur de chaque champ du programme. Plusieurs démonstrations, ayant valeur de modèle, sont repérées par un symbole. Certaines sont exigibles et correspondent à des capacités attendues.

Programme de mathématiques de la classe de terminale S
Organisation du programme

Cette rubrique, consacrée à l'apprentissage des notations mathématiques et à la logique, ne doit pas faire l'objet de séances de cours spécifiques, mais doit être répartie sur toute l'année scolaire. En complément des objectifs rappelés ci-dessous, le travail sur la notion d'équivalence doit naturellement être poursuivi (propriété caractéristique, raisonnement par équivalence) et l'on introduit le raisonnement par récurrence.
Notations mathématiques
Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondants: $\in,\subset,\cup,\cap$ ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles. Pour le complémentaire d'un ensemble A, on utilise la notation des probabilités $\bar{A}$.
Pour ce qui concerne le raisonnement logique, les élèves sont entraînés sur des exemples à
• utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » et à distinguer leur sens des sens courants de «et », « ou » dans le langage usuel ;
• utiliser à bon escient les quantificateurs universel, existentiel (les symboles $\forall,\exists$ ne sont pas exigibles) et à repérer les quantifications implicites dans certaines propositions et, particulièrement, dans les propositions conditionnelles ;
• distinguer, dans le cas d'une proposition conditionnelle, la proposition directe, sa réciproque, sa contraposée et sa négation ;
• utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ;
• formuler la négation d'une proposition ;
• utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ;
• reconnaître et utiliser des types de raisonnement spécifiques : raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde.

Programme de mathématiques de la classe de terminale S

III. Quelques points de repères pour une mise en œuvre dans l'enseignement :

- choisir les propriétés et théorèmes qui vont faire l'objet d'un travail de preuve, y compris ceux dont la démonstration est explicitement identifiée dans le programme comme devant faire l'objet d'un travail de la classe,
- penser à la réactivation des connaissances et capacités qui vont devoir être mobilisées pour le travail de preuve proposé à la classe : « questions rapides » de début de séance (diagnostic et « remédiation en amont »), aides « sous le coude » (différenciation qui garde toute la classe dans un même projet de production d'un raisonnement),
- concevoir une véritable séquence d'enseignement à l'occasion du travail de la preuve :

  ➢ quel contenu à la séance ?

• identification de la nécessité d'une preuve *via* l'observation et la conjecture (exploitation des logiciels dédiés tant dans le champ numérique que géométrique),
• identification du type de problème que l'on a à résoudre et des « outils » disponibles pour ce faire,
• élaboration d'une activité de recherche qui ne soit pas conçue comme une succession de questions fermées limitant, voire évacuant, toute véritable recherche des élèves,
• mise en place d'une synthèse de la séance qui ne se réduise pas à l'institutionnalisation du résultat mathématique établi mais porte aussi sur la nature du raisonnement produit et les « outils » exploités,

  ➢ **quel contenu « hors temps classe » ?**

• la synthèse débutée en classe peut être à terminer pour la séance suivante,
• une partie du raisonnement peut être à travailler sous la forme d'un DM,
• la rédaction de la démonstration peut être confiée, dès le début de la séquence, à certains élèves (deux binômes, par exemple, dont les productions pourront être comparées *in fine*).

  ➢ **quelle évaluation ?**

• pas de réponse unique : elle dépend du niveau (collège ou lycée, 6ème ou 3ème, 2nde ou TleS,…),
• l'esprit des R.O.C. (restitutions organisées de connaissances), avec des exigences modérées et adaptées au niveau et à la série, au lycée, est un bon point de repère pour questionner les élèves et concourir à l'apprentissage du raisonnement au collège comme au lycée.

  ➢ **mais encore ?**

• les synthèses intégrées dans la trace écrite des élèves qui identifient la démarche employée pour telle démonstration ainsi que la correspondance « type de problème/type d'outils » sont des points de repère pour le travail des élèves vers lesquels on peut les renvoyer pour relancer leur recherche aussi bien d'exercices en classe que pour les devoirs « à la maison ».

IV. Conclusion :

La liberté pédagogique dont disposent les enseignants, dans le respect des textes institutionnels, notamment ceux définissant les programmes d'enseignement, leur permet et les engage, individuellement et collectivement, à faire des choix pédagogiques appropriés, c'est-à-dire « gardant le cap » sur les objectifs d'apprentissage sans perdre de vue la réalité de la classe, en procédant aux adaptations nécessaires pour permettre à chaque élève de progresser. Ces choix sont déterminants pour la formation des élèves tout particulièrement lorsqu'ils concernent l'apprentissage du raisonnement et de la démonstration en mathématiques.