- Ecriture des entiers naturels
  - Historique
  - Systèmes de numération
- Entiers naturels et diviseurs
  - Critères de divisibilité
  - Diviseurs d’un entier naturel
  - Diviseurs communs à plusieurs entiers
- Congruences dans Z
  - Division euclidienne dans N
  - Multiples dans Z
  - Applications dans la vie courante
- Raisonnement par récurrence
  - Successeur
  - Propriété héréditaire
  - Principe de récurrence

Ecriture des entiers naturels

Réflexions sur les contenus

- Algorithme permettant d'écrire un nombre donné en base DIX, dans une autre base.

Ecriture des entiers naturels

Réflexions sur les exigences

- Exercices suggérés dans le document d'accompagnement, posés en contrôle :

1. Je suis un nombre entier de trois chiffres en numération décimale. Si vous permutez mes deux chiffres extrêmes, j'augmente de 396. Si vous échangez mes deux chiffres de droite, je diminue de 36. Qui suis-je ?

2. Vous prenez le nombre 541 et vous lui retranchez le nombre obtenu en permutant ses deux chiffres extrêmes, c'est-à-dire 145. Vous trouvez 541 − 145 = 396. Au nombre que vous venez d'obtenir, vous ajoutez le nombre obtenu en permutant ses deux chiffres extrêmes ; vous trouvez 396 + 693 = 1089. Recommencez tout avec 782 au lieu de 541 : 782 − 287 = 495 et 495 + 594 = … . Essayez encore avec 943 au départ. Démontrez que ce « phénomène » se réalise pour tous les nombres $\overline{abc}$ de trois chiffres en base DIX, avec a>c.

a b c

c b a + 396 = a b c

a c b − 36 = a b c

(essais) ~~236~~ → 632 = +396

→ 263 = 27

~~246~~ → 642 = +396

→ 264 = −18

$\boxed{226}$ → 622 = +396

→ 262 = −36

Le nombre est donc 226

Exercice 7

943 − 349 = 594

594 + 495 = 1089

a > c

$\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{xyz}$

$\overline{xyz} + \overline{zyx} = 1089$

a > c

$\boxed{abc}$

$abc + 396 = cba$

$a\times10^2 + b\times10 + c + 396 = c\times10^2 + b\times10 + a$

$a\times10^2 + c + 396 = c\times10^2 + a$

$100a + c + 396 = 100c + a$

$100a - a + 396 = 100c - c$

$99a + 396 = 99c$

$99(a-c) = -396$

$a - c = \frac{-396}{99} = 4$

$abc - 36 = acb$

$a\times10^2 + b\times10 + c - 36 = a\times10^2 + c\times10 + b$

$10b + c - 36 = 10c + b$

$10b - b - 36 = 10c - c$

$9b - 36 = 9c$

$b - 4 = c$

$b - c = 4$

Le seul nombre possible est 044.

943 − 349 = 594 et 594 + 495 = 1089

Ce phénomène se réalise avec tous les nombres $\overline{abc}$ de 3 chiffres en base 10, avec a > c, car a doit tjs être supérieur à c et ne doit pas dépasser 9.

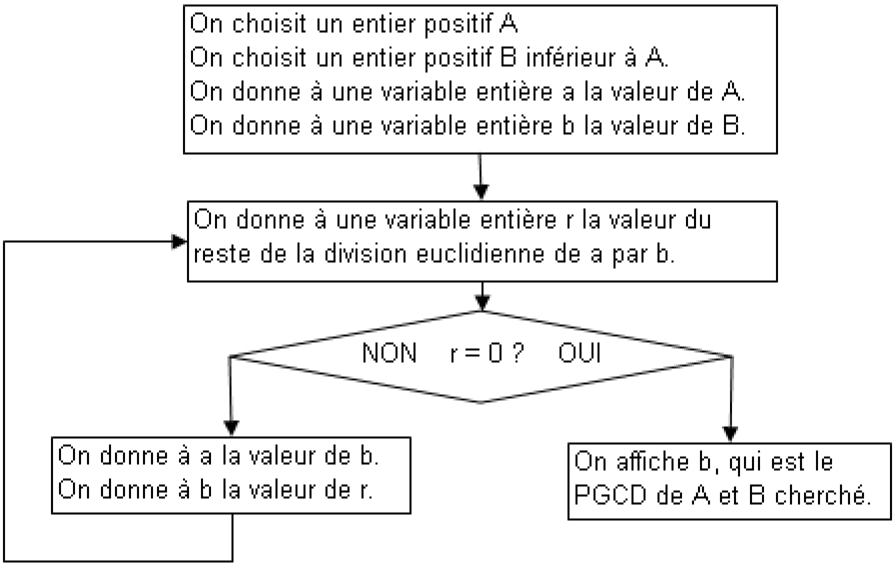
………
………
………
………
………
………
………
………

Entiers naturels et diviseurs

Réflexions sur les contenus

- On réalisera la programmation sur calculatrice ou tableur de l'algorithme d'Euclide pour la recherche du pgcd.
- L'ensemble des diviseurs communs à plusieurs entiers est l'ensemble des diviseurs de leur pgcd.

Ci-dessous, un extrait du document d'aide à l'utilisation du logiciel Execalgo.



Type d'instruction	Avec Execalgo	Sur Casio	Sur TI
Affectation	Donner à A la valeur 123456	123456 → A	123456 → A
Affectation	Donner à B la valeur 56745	56745 → B	56745 → B
Point de branchement	[Début de la boucle]	Lbl 1	Lbl 1
Affectation	Donner à R la valeur reste(A,B)	A - B*Int(A/B) →R	A - B*Int(A/B) →R
Branchement conditionnel	Aller à [Sortie] si R = 0	R = 0 ⇒ Goto 2	If R = 0 Goto 2
Affectation	Donner à A la valeur B	B → A	B → A
Affectation	Donner à B la valeur R	R → B	R → B
Branchement	Aller à [Début de la boucle]	Goto 1	Goto 1
Point de branchement	[Sortie]	Lbl 2	Lbl 2
Affichage	Afficher B	B ◢	Disp B

Entiers naturels et diviseurs

Réflexions sur les exigences

- Exercices suggérés dans le document d'accompagnement :

1. Comment reconnaît-on un nombre pair quand celui-ci est écrit en base TROIS ?

2. Voici un algorithme écrit en langage naturel :
N est un entier naturel non nul.
La liste L est vide
Pour tout entier naturel k compris entre 1 et N,
    on effectue la division euclidienne de N par k
    si le reste est nul alors on écrit k dans la liste L sinon on passe à l'entier k suivant.
Quand toutes les valeurs de k ont été examinées, on calcule le nombre S des éléments de la liste L
On affiche S.
1. Pour N = 18, que donnera S ?
2. De façon générale, que représente S ? Compléter la phrase « Cet algorithme sert à … »

Congruences dans Z

Réflexions sur les contenus

- Définition de *a* congru à *b* modulo *n*.
- Clés du numéro INSEE et des RIB bancaires.
- Code ISBN.

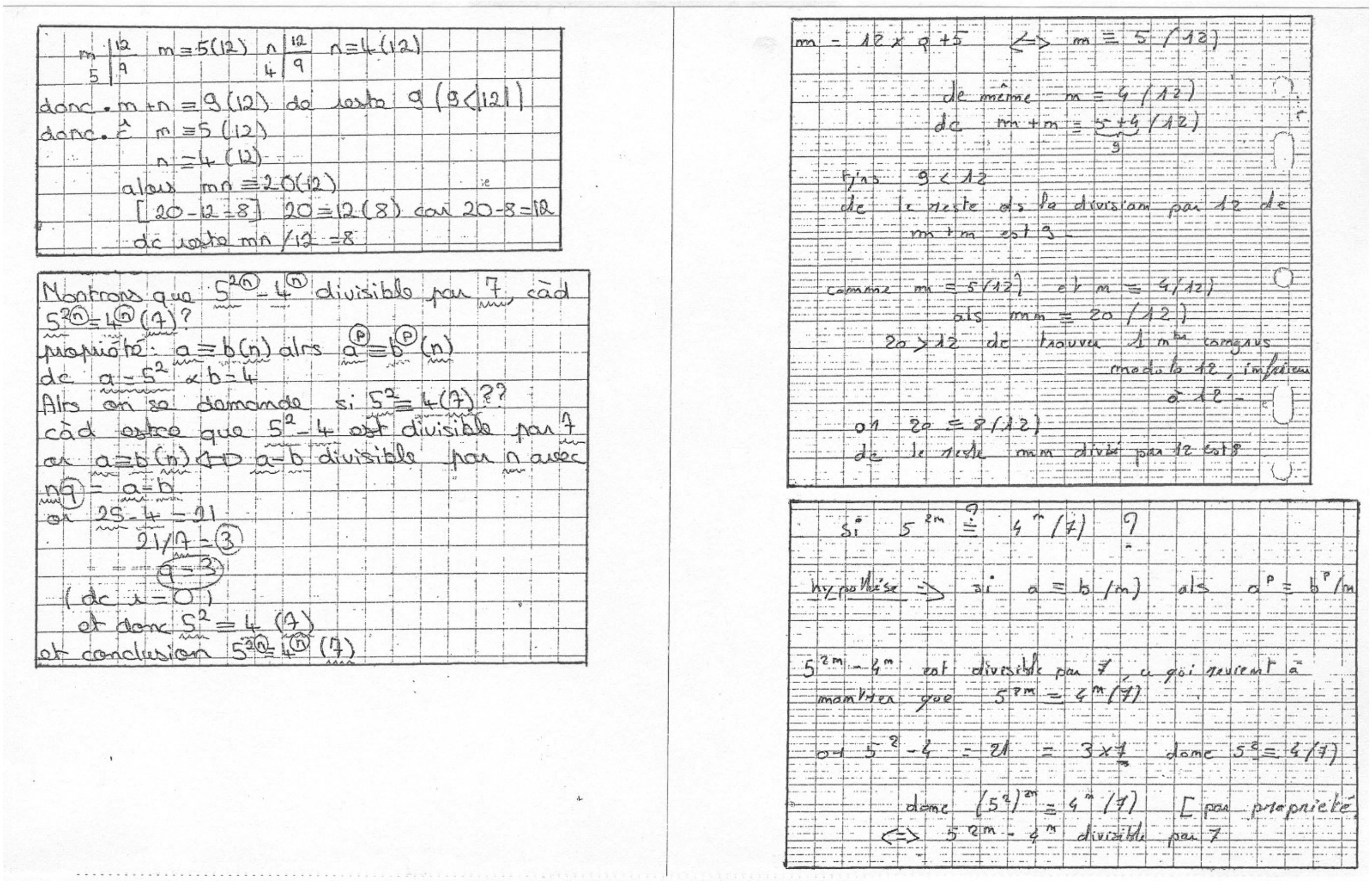
Congruences dans Z

Réflexions sur les exigences

- Extraits d'exercices posés en contrôle :

1. Soit *m* et *n* deux entiers dont les restes dans la division par 12 sont respectivement 5 et 4.
Quels sont les restes dans la division par 12 de $m + n$ et mn ?

2. Montrer que pour *n* entier naturel, l'entier $5^{2n} - 4^n$ est toujours divisible par 7.



$m \equiv 5 (12)$ $n \equiv 4 (12)$
donc • $m + n \equiv 9 (12)$ dc reste 9 ($9 < 12$)
donc • c'est $m \equiv 5 (12)$
$n \equiv 4 (12)$
alors $mn \equiv 20 (12)$
[$20 - 12 = 8$] $20 \equiv 12 (8)$ car $20 - 8 = 12$
dc reste $mn / 12 = 8$

Montrons que $5^{2n} - 4^n$ divisible par 7, càd
$5^{2n} \equiv 4^n (7)$?
propriété : $a \equiv b (n)$ alrs $a^p \equiv b^p (n)$
dc $a = 5^2$ & $b = 4$
Alrs on se demande si $5^2 \equiv 4 (7)$??
càd est-ce que $5^2 - 4$ est divisible par 7
or $a \equiv b (n) \Leftrightarrow a - b$ divisible par n avec
$nq = a - b$
or $25 - 4 = 21$
$21 / 7 = 3$
$q = 3$
(dc $r = 0$)
et donc $5^2 \equiv 4 (7)$
et conclusion $5^{2n} \equiv 4^n (7)$

$m = 12 \times q + 5 \Leftrightarrow m \equiv 5 (12)$
de même $n \equiv 4 (12)$
dc $m + n \equiv \underbrace{5 + 4}_{9} (12)$
puis $9 < 12$
dc le reste ds la division par 12 de $m + n$ est 9.
comme $m \equiv 5 (12)$ et $n \equiv 4 (12)$
als $mn \equiv 20 (12)$
$20 > 12$ dc trouver 1 nbre congrus modulo 12, inférieur à 12.
or $20 \equiv 8 (12)$
dc le reste mn divisé par 12 est 8

si $5^{2n} \stackrel{?}{\equiv} 4^n (7)$?
hypothèse ⇒ si $a \equiv b (n)$ als $a^p \equiv b^p (n$
$5^{2n} - 4^n$ est divisible par 7, ce qui revient à montrer que $5^{2n} \equiv 4^n (7)$
or $5^2 - 4 = 21 = 3 \times 7$ donc $5^2 \equiv 4 (7)$
donc $(5^2)^{2n} \equiv 4^n (7)$ [par propriété
$\Leftrightarrow 5^{2n} - 4^n$ divisible par 7

Marie-Dominique GRIHON, Claude FELLONEAU, Jean-Marc BEDAT Académie de Bordeaux

Raisonnement par récurrence

Réflexions sur les contenus

- Successeur : le successeur de p est $p + 1$.
- Propriété héréditaire : si un entier de l'ensemble vérifie cette propriété, alors son successeur la vérifie nécessairement.
- Principe de récurrence : toute propriété vérifiée par 0 et héréditaire dans $\mathbf{N}$ est vérifiée pour tous les entiers naturels.

Raisonnement par récurrence

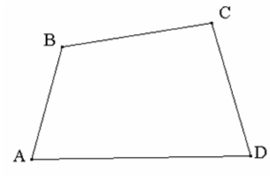
Réflexions sur les exigences

- Exercice suggéré dans le document d'accompagnement.

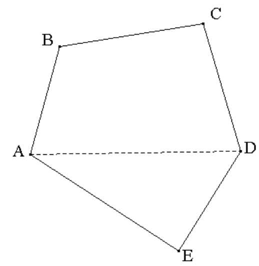
  Montrer que pour n entier naturel, $9^n - 2^n$ est toujours multiple de 7.

- Autre exercice

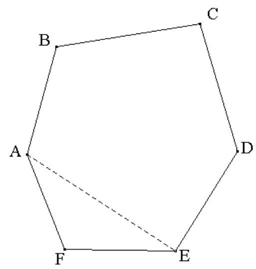
On cherche s'il est possible de trouver une formule permettant de déterminer le nombre de diagonales d'un polygone convexe à n côtés, pour $n \geq 4$ .On note d_n le nombre cherché.
a) Dans cette question $n = 4$.
Tracer les diagonales du quadrilatère ABCD et en déduire d_4.



b) Dans cette question $n = 5$.
Le pentagone ABCDE a été obtenu par adjonction d'un cinquième point au quadrilatère ABCD.
Tracer les diagonales de pentagone ABCDE.
Expliquer pourquoi $d_5 = d_4 + 3$.



c) Dans cette question $n = 6$.
Expliquer pourquoi $d_6 = d_5 + 4$.



d) Généraliser la méthode pour prouver que pour tout $n \geq 4$, $d_{n+1} = d_n + n - 1$.

e) Démontrer à l'aide d'un raisonnement par récurrence que pour tout $n \geq 4$, $d_n = \frac{n(n-3)}{2}$.

………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………

Bibliographie

Zéro : Ou les cinq vies d'Aémer de **Denis Guedj** chez **Robert Laffont** (18 août 2005)

Présentation de l'éditeur :

Obeid détacha la croûte d'argile, le visage apparut étonnamment détendu. Traits délicats, nez droit et fin, longs cils emmaillotés d'une gangue roussâtre. Et, surprise, des lèvres minces auburn retenant un sourire qui n'en finissait pas. Ce fut d'abord la main qui s'ouvrit. Occupé à guetter le frémissement des paupières, Obeid n'y prit pas garde. Aémer ne perçut qu'une masse sombre bordée d'un halo lumineux, qui lui cachait le soleil. Un homme au visage invisible lui tripotait le front. Le fracas de l'avion, la course en zigzag, le feu dans la poitrine, le souffle au ras du sol, le saisissement de se sentir projetée - rien en deçà : elle ne se souvenait ni d'où elle venait ni où elle allait. Elle tourna la tête, aperçut le petit cône d'argile au creux de sa main. En se baissant pour le saisir dans le cratère, elle avait échappé aux bombardements américains. Son sourire brutalement interrompu explosa. Un calculus sumérien de plus de cinquante siècles venait de lui sauver la vie. " Mésopotamie-Irak : une même terre. Une terre qui a construit notre passé, et qui ébranle notre présent. Là, durant cinq mille ans, se déroulent les cinq vies d'Aémer, une femme habitée par une absence impossible à combler, que traverse l'histoire de l'invention du zéro.

Mathématiques pour littéraires, Première et Terminale L Spécialité, **Tangente** hors série chez **Pole**

Présentation de l’éditeur :

Cet ouvrage est à la fois un magazine qui sert de manuel et un manuel qui se lit comme un magazine. Il contient tout le programme optionnel des deux classes de Première et Terminale L dont les thèmes sont amenés sous forme d’articles. Plus de 250 exercices et des autotests corrigés y sont proposés.

Maths Enseignement obligatoire au choix en Première L Collection **Contrôle continu** chez **Ellipses**

Contenu :

Cet ouvrage consiste en des résumés de cours, des exercices et contrôles corrigés.

Sites

La liste de discussion « Maths en série L »

http://ldif.education.gouv.fr/wws/d_read/eduscol.maths-l

Le site de l’APMEP d’Aquitaine, hébergé par le Rectorat de Bordeaux

http://www.ac-bordeaux.fr/APMEP/index.htm