"Champ Bardement" !!!

Dans un petit village aveyronnais, le père Bardement est cultivateur et il est le propriétaire d'un champ de forme carrée.

La mairie du village souhaite aménager un nouveau terrain de sport pour ses habitants. Pour réaliser cet aménagement, il manque un peu d'espace à la commune et elle doit amputer le terrain voisin du père Bardement sur une bande de 10 m de large.

En contrepartie, le maire propose à l'agriculteur de lui rallonger de 10 m son nouveau terrain dans la longueur.

D'après vous, le père Bardement doit-il accepter cet arrangement ?

PARTIE 1

Travail à effectuer permettant de déterminer si la proposition est équitable

1. Représentez le champ du père Bardement. On notera a la longueur, en mètres, du côté du champ.
2. Exprimez l'aire A_1 du champ en fonction de a.
3. Hachurez le terrain qu'il restera au père Bardement après réduction de la bande de 10 m.
4. Avec une couleur différente, tracez et hachurez le terrain obtenu avec la proposition de la mairie.
5. Exprimez la longueur L et la largeur ℓ de ce nouveau terrain en fonction de a.
6. Exprimez l'aire A_2 de ce nouveau terrain en fonction de a.
7. Comparez l'aire A_2 de ce nouveau terrain avec l'aire initiale A_1.
8. Réponse au problème : le père Bardement doit-il accepter cet arrangement ? Justifiez.
9. Décelez dans l'énoncé, l'expression qui prête à confusion et qui n'aurait pas dû être employée.

PARTIE 2

Le père Bardement affirme qu'au départ, son champ de forme carrée mesurait 9 hectares.
Déterminez la longueur a, en mètres, du côté du champ.

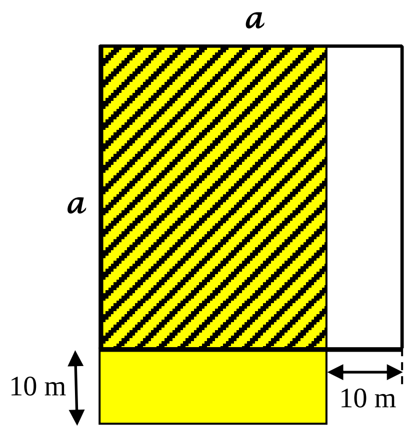
PARTIE 3

Le père Bardement voudrait doubler la superficie de son terrain tout en conservant sa forme carrée.
Comment doit-il procéder ?

Corrigé "Champ" Bardement !!!

PARTIE 1

1. Représentez le champ du père Bardement. On notera a la longueur, en mètres, du côté du champ.



2. $A_1 = a^2$
3. Terrain hachuré après réduction de la bande de 10 m.
4. Terrain obtenu avec la proposition de la mairie en jaune.
5. Longueur : $L = a + 10$; largeur : $\ell = a - 10$.
6. $A_2 = (a + 10)(a - 10) =$ ………………… $a^2 - 100$ retour sur les identités remarquables.
7. $A_2 < A_1$ $A_1 - A_2 = 100$ m².
8. L'arrangement proposé n'est pas équitable.
   S'il accepte, le père Bardement fait un cadeau de 100 m² à la commune.
9. L'expression qui prête à confusion dans l'énoncé de départ est : « bande de 10 m » car une bande est une surface donc elle doit être mesurée avec une aire (en m²) et non avec une longueur (en m).

Si les élèves demandent :
Quelle largeur de bande la commune doit-elle céder pour que la proposition soit équitable ?

$\ell = a - 10$
$L = a + x$ avec x largeur de la nouvelle bande pour que la proposition soit équitable ($x > 10$ m)

$(a - 10)(a + x) = a^2$ soit $a^2 + a\,x - 10a - 10x = a^2$; $x(a - 10) = 10a$; $x = 10a / (a - 10)$

Réponse à apporter avec un exemple : $a = 50$ m

$\ell = a - 10 = 40$ m
$L = a + x = 50 + x$ avec x largeur de la nouvelle bande pour que la proposition soit équitable ($x > 10$ m)

$40(50 + x) = 50^2$
$2\,000 + 40x = 2\,500$
$40x = 2\,500 - 2000$
$40x = 500$
$x = 500 / 40$
$x = 12{,}5$ m → Vérification : $40 \times (50 + 12{,}5) = 2\,500 = 50^2$

PARTIE 2

Le père Bardement affirme qu'au départ, son champ de forme carrée mesurait 9 hectares.
Déterminez la longueur a, en mètres, du côté du champ.

1 hectare = 100 ares

L'are est une unité de mesure d'aire qui ne fait pas partie du système international mais il est encore utilisé dans la vie courante pour mesurer la superficie de terrains.

L'unité officielle de mesure des aires est le m²
1 are = 100 m² (= 1dam²)

Donc 9 hectares = 900 ares = 90 000 m²

D'où $a^2 = 90\,000$ soit a = ………… 300 m
car $300^2 = 90\,000$: 300 est le nombre dont le carré est 90 000 : $300 = \sqrt{90000}$

PARTIE 3

Le père Bardement voudrait doubler la superficie de son terrain tout en conservant sa forme carrée.
Comment doit-il procéder ?

L'élève va certainement proposer de doubler les dimensions du champ :
L'aire est alors $(2a)^2 = 4a^2 = 4\,A_1$
Si on double les dimensions, l'aire est multipliée par $4 = 2^2$.

Et si on triple les dimensions du champ ?
L'aire sera $(3a)^2 = 9a^2 = 9\,A_1$
Si on triple les dimensions, l'aire est multipliée par $9 = 3^2$.

Par combien faut-il multiplier les dimensions pour que l'aire double revient à chercher le nombre dont le carré est égal à 2.

$x^2 = 2$

Le nombre x cherché s'appelle racine carrée de 2 et se note $\sqrt{2}$