Progressivité des apprentissages au cycle 3

Dégager une progressivité des apprentissages en cycle 3 autour des attendus de la proportionnalité

Au cycle 2

- Nombres et calcul:

Résolutions de problèmes contextualisés : dénombrer des collections, mesurer des grandeurs, repérer un rang dans une liste, prévoir des résultats d'actions portant sur des collections ou des grandeurs (les comparer, les réunir, les augmenter, les diminuer, les partager en parts égales ou inégales, chercher combien de fois l'une est comprise dans l'autre, etc .)

L'étude des différentes désignations orales et/ou écrites : nom du nombre ; écriture usuelle en chiffres (numération décimale de position) ; double de, moitié de…

L'appropriation de stratégies de calcul adaptées aux nombres et aux opérations en jeu . Ces stratégies s'appuient sur la connaissance de faits numériques mémorisés et sur celle des propriétés des opérations et de la numération .

Au cycle 2

Résoudre des problèmes issus de situations de la vie quotidienne ou adaptés de jeux portant sur des grandeurs et leur mesure… conduisant à utiliser les quatre opérations .

Problèmes relevant des structures additives (addition/soustraction)
Problèmes relevant des structures multiplicatives, de partages ou de groupements (multiplication/division)

Distinguer les problèmes relevant des structures additives des problèmes relevant de structures multiplicatives .

Au cycle 2

Grandeurs et mesures:

Une grandeur double est représentée par une longueur double .

Observer que les longueurs, les masses, les contenances, les durées, sont des grandeurs additives

Première partie

Dans les programmes (préambule, connaissances et compétences associées, exemples et repères de progressivité) extraire les parties mentionnant la proportionnalité.

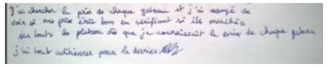
Lier les compétences travaillées aux différents contenus relevés.

<table>
<tr><td colspan="4">Proportionnalité
La proportionnalité doit être traitée dans le cadre de chacun des trois domaines « nombres et calculs », « grandeurs et mesures » et « espace et géométrie ».</td></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td>CM1</td><td>CM2</td><td>6ie</td></tr>
<tr><td>le recours aux propriétés de linéarité (additive et multiplicative) est privilégié dans des problèmes mettant en jeu des nombres entiers</td><td>À partir du CM2, des situations impliquant des échelles ou des vitesses constantes peuvent être rencontrées.</td><td>En fin de cycle, l'application d'un taux de pourcentage est un attendu.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Le sens de l'expression « ...% de » apparait en milieu de cycle
Il s'agit de savoir l'utiliser dans des cas simples (50 %, 25 %, 75 %, 10 %) où aucune technique n'est nécessaire, en lien avec les fractions d'une quantité</td></tr>
<tr><td colspan="3">Les procédures du type passage par l'unité ou calcul du coefficient de proportionnalité sont mobilisées progressivement sur des problèmes le nécessitant et en fonction des nombres (entiers ou décimaux) choisis dans l'énoncé ou intervenant dans les calculs</td></tr>
<tr><td>N&C</td><td colspan="3">Reconnaitre et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée.
§ La résolution de problème</td></tr>
<tr><td>G&M</td><td colspan="3">Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.
- Graphiques représentant des variations entre deux grandeurs.</td></tr>
<tr><td>G</td><td colspan="3">Reproduire une figure en respectant une échelle.
- Agrandissement ou réduction d'une figure.</td></tr>
</table>

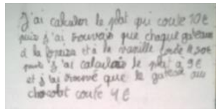
Illustration : « Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement. »

Petit bilan des réponses obtenues

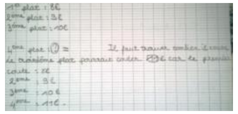
Résultats trouvés par essais/ajustements :

- *on voit bien le test avec une première réponse effacée* 
- *Un élève a pensé à l'utilisation de lettres*. 

Résultats trouvés par estimations/essais/ajustements : 

Résultats trouvés par la comparaison des plateaux 1 et 3  

Résultats erronés :

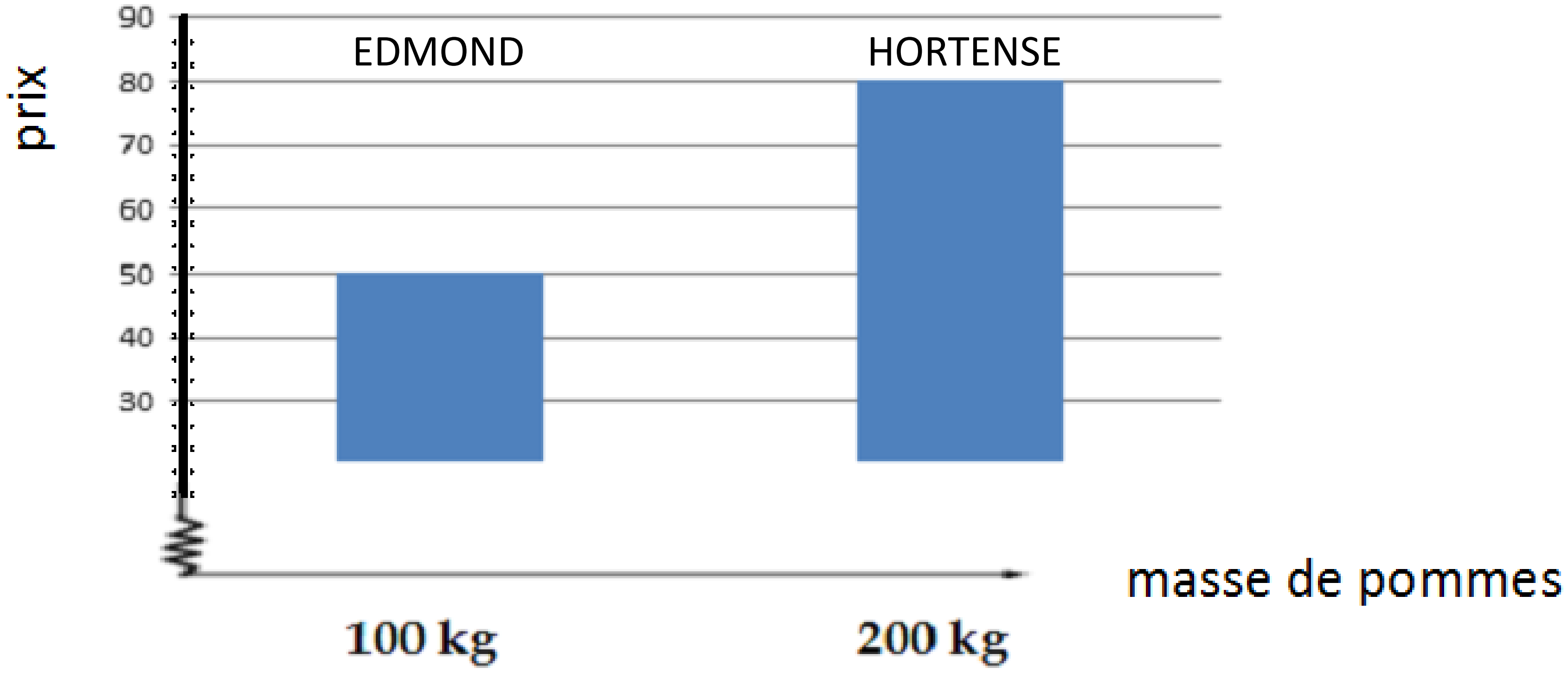


- *les plateaux coutent 8, 9, 10 et donc, 11€*
- *Ils n'utilisent que deux des trois plateaux connus pour trouver une réponse, sans vérifier qu'elle convient au troisième plateau. On peut d'ailleurs penser que certains ont trouvé la bonne réponse en faisant de même.*).

Résultats trouvés par la comparaison des plateaux 2 et 3 (chocolat)

Résultats trouvés par la comparaison des plateaux 1 et 3 (fraise)

Illustration : « Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.
- Graphiques représentant des variations entre deux grandeurs. »



Est-il plus avantageux d'acheter les pommes chez Edmond ou chez Hortense ?

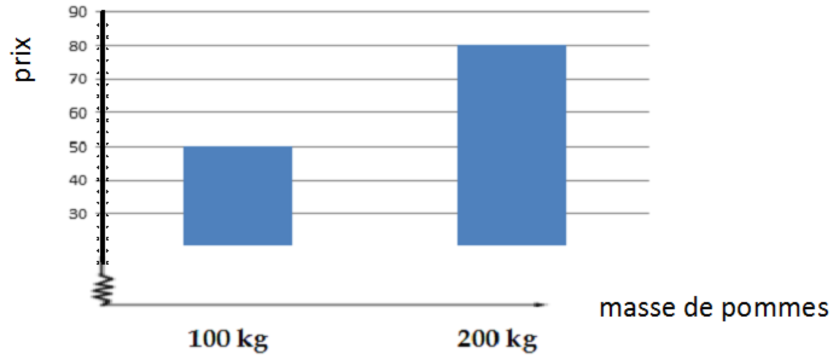
Petit bilan des réponses obtenues

Résultats justes ou faux mais sans aucune justification

Résultats justes et justifiés en comparant les prix de 100 ou 200kg

Résultats faux :

- *le plus avantageux, c'est le moins cher, donc chez Edmond*
- *l'élève fait la différence des ordonnées, en ayant rajouté les 20€, pour calculer les prix, puis il compare pour 100kg*
- *l'élève semble calculer une différence pour Edmond mais pas pour Hortense pour comparer le prix de 200kg*.



masse de pommes

50€ 100 kg

200 kg 80€

200kg coûte 100 €
50×2 = 100 €

100kg coûte = 40 € $80 \div 2 = 40$

Démarche :

C'est moins cher chez Hortense car 100 kg coûte 40€
car $80 \div 2 = 40$ tandis que chez Emond 100 kg coûte
50 € et 200 kg coûte 100€ car $50 \times 2 = 100$

Démarche :

100 : 50 = 2 : 1 pomme coute 2€ chez Edmond.
200 : 80 = 2,5 : 1 pomme coute 2,50€ chez Hortense.

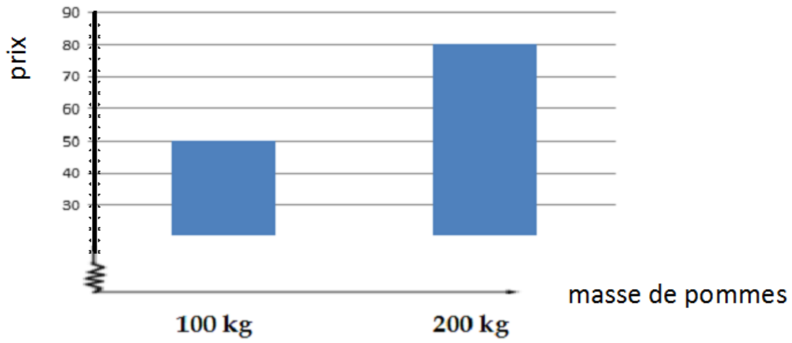
fausse

Chez Edmond : 100 kg = 50€
Chez Hortense : 100 kg = 40€ car 200 kg : 2 = 100 kg
80€ : 2 = 40€

Réponse :

Il vaut mieu aller chez Hortense car c'est moins cher !

Retour à l'unité kg/euros, confusion entre la masse, le prix et le nombre de pommes, certainement due à « l'habitude » de diviser « le plus grand par le plus petit » chez Edmond parce que les pommes coute moin cher parce que il y a que 100 kg.



Ne donne pas le bon sens à « plus avantageux »

Prise en compte erronée des informations issues de l'axe des ordonnées

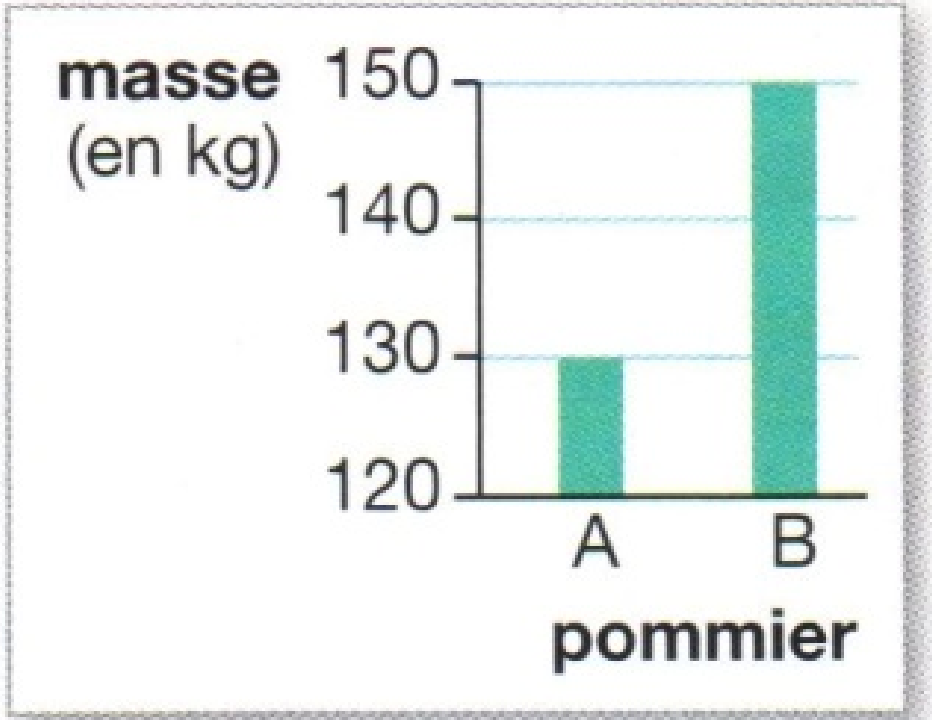
Est-il plus avantageux d'acheter les pommes chez Edmond ou chez Hortense ?

chez les deux car 100kg chez Edmond vause le même prix que 100 kg chez Hortente et pareil pour les 200 kg. car 100 kg chez E vause 30 € et 100 kg chez Ortense fait 30 € aussi car 200 kg fait 60 € et 60 € ÷ 20 = 30 €

Il faut acheter les pommes chez Edmond car si on prend 200 Kg ça m coutera 70 € au lieu de 80 € chez Hortense.

Non prise en compte des informations sous la « ligne » 30 euros

On a pesé les pommes de deux pommiers.
Sacha affirme : « Le pommier B a donné trois fois plus de pommes que le pommier A ».



Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?

Exercice proposé en évaluation dans 4 classes de sixième

La moitié des élèves se sont trompés...même ceux qui avaient « brillamment » trouvé la réponse auparavant sur les pommiers d'Hortense !

Petit bilan des réponses obtenues

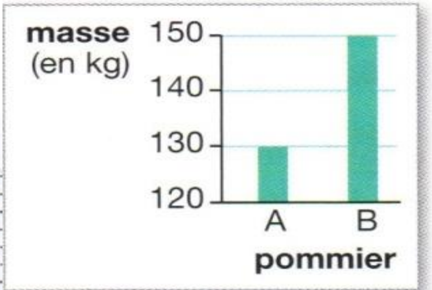
Résultats justes

- Avec une justification par le calcul pour aboutir à une contradiction
- Avec une explication du style « c’est 30kg de plus et non trois fois plus »…

Résultats faux:

- Trois graduations comptées, donc trois fois plus
- On ajoute 20kg, donc on a deux fois plus de pommes

Et certains expliquent qu’on parle du nombre de pommes alors qu’on donne des informations sur la masse de pommes…



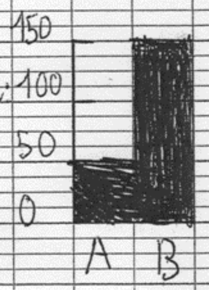
$130 + 20 = 150$

Sacha a faux car le pommier B a ~~grandit~~ donné 2x fois plus de pommes car

« 2x fois plus de pommes » provient peut-être des deux graduations de plus: confusion entre 2 fois plus et 2 graduations de plus

Non c'est faux car s'il avait fait 3 fois plus de pommes alors le pommier A aurait 50 kg de pommes

Cela aurai donné ceci:



Ok, reconstitution d'un diagramme qui traduit une situation de proportionnalité

Problème 3: Sacha a raison car dans le graphique on voit que le pommier B donne 3 fois plus de fruits que le pommier A !

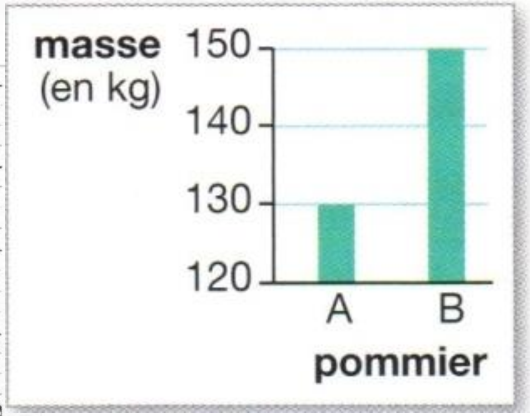
Confusion 3 fois plus et 3 graduations de plus, possible prise d'information 120 et 150

Ce qu'à dit Sacha est vrai car le pommier A pèse 130g et le pommier B pèse 150g. $\longrightarrow$

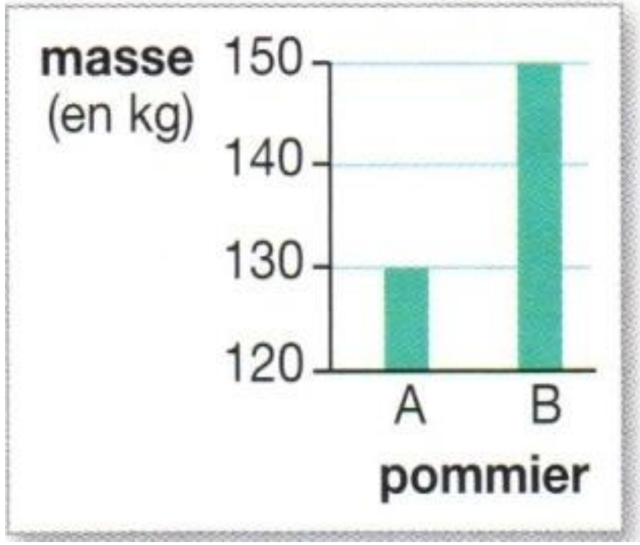
$$\left.\begin{array}{l} 120+10=130 \\ 130+10=140 \\ 140+10=150 \end{array}\right\} 30g.$$

Confusion « fois plus » / « en plus »

Ce que dit Sacha est faux car on parle de la masse de pomme pas du nombre de pomme. Le pommier A a peut être plus de pomme que le pommier B, mais ces pommes sont peut être plus petite.



Non prise en compte de l'implicite du texte, qui est pourtant lié à un usage social



ex 3 : C'est faux car si le pommier B aurait
donné trois plus de pomme il aurait faire :

Pommier A x 3 = 390 kg

donc le pommier B à bien fait plus de pommes
que le pommier A il à fait 30 pommes de plus

- Sacha a faux car il y a juste 30 kg en
plus et non 3 x plus.

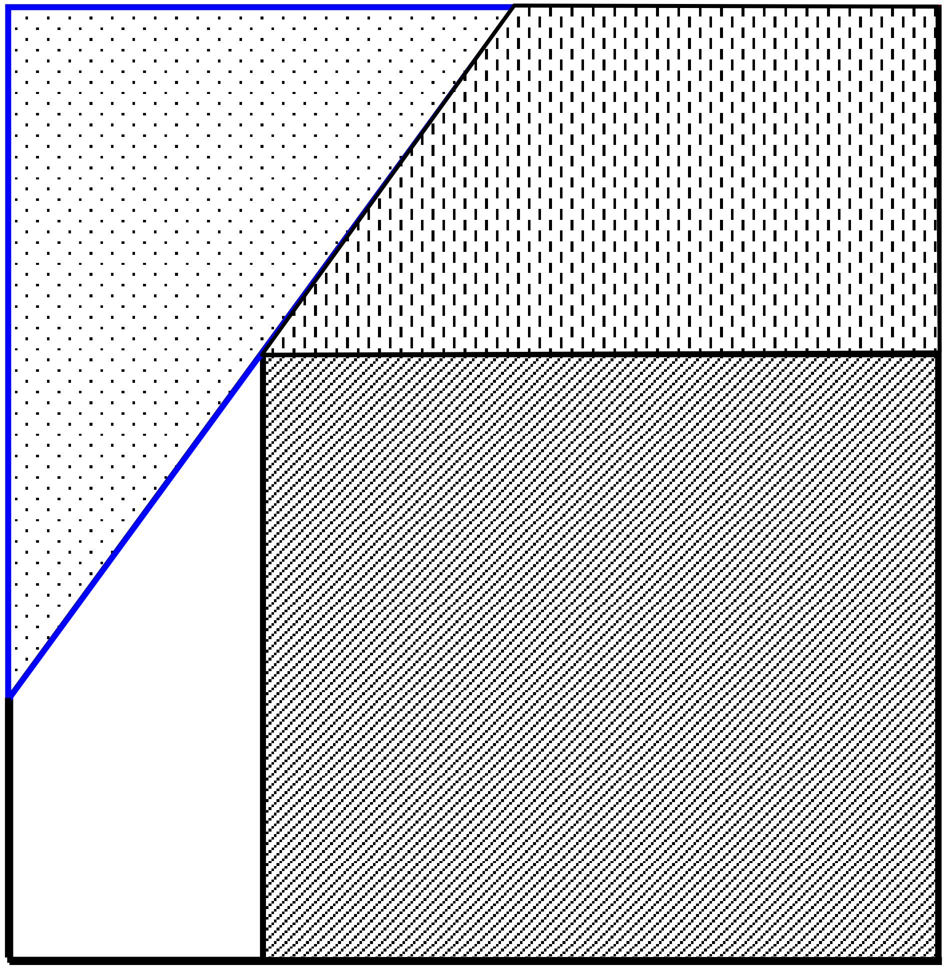
Deuxième partie

Décliner l’activité proposée sur les 3 années du cycle pour dégager une progressivité des apprentissages.

« Du CM1 à la 6ie, ce ne sont pas les tâches qui vont différencier les activités géométriques, mais plutôt, le niveau d’exigence et le type de procédures, en jouant sur les contraintes, les variables, les supports et les instruments proposés (c’est un levier important pour construire une progressivité tout au long du C3). »

Denis Butlen

Activité



On cherche à agrandir cette figure de manière à ce que le côté qui mesure 6 cm passe à 9 cm.

- découper chaque partie de la figure
- agrandir individuellement chaque morceau
- reconstituer le puzzle de façon à obtenir un carré !

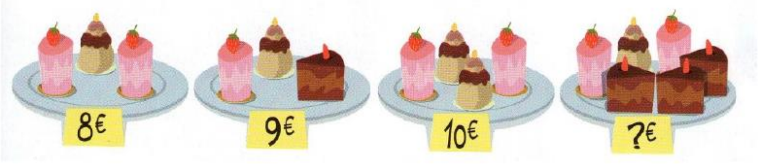
PROCEDURES ET VARIABLES DIDACTIQUES

	CM1			CM2					6ème	
Coefficient	Entier	Entier	1,5	1,5	2,5	1,5	2,5	Entier	Décimal	Rationnel (6 à 8)
Longueur	Entières	Décimales	Entières (×2)	Décimales		Entières		Décimales	Décimales	Entières
Outils géométriques	Tous	Règle graduée interdite	Tous	Règle graduée interdite		Tous		Tous	Tous	Tous
Procédures	Toutes	Bande papier	Linéarité additive	Bande papier Linéarité additive	Linéarité	Linéarité		Linéarité	Toutes	
Unités	cm	cm	mm (donné)	Toutes		Toutes		Toutes	Toutes	

Conclusion

Proposition de progression au cours du cycle 3

Merci!



J'ai chercher le prix de chaque gateau et j'ai essayé de voir si mes prix était bons en vérifiant si ils marchés sur touts les plateau dès que je connaissait le prix de chaque gateau j'ai tout aditionner pour le dernier.

Essais

1) gateaux : a, a, b
supposition : a = 3x2 + b = 2 = 8€

2) g : a, b, c
donc : ~~(a + b) = 5 + c = 3~~ b+3 (a+b) + c = (3 + 2) + 4 = 9€

3 g : b b , a a
donc : (b x 2) + (a x 2) = (2 x 2) + (3 x 2) = 10€

4) g c, c, c, a, a, b
donc (c x 3) + (a x 2) + b = (4 x 3) + (3 x 2) + 2 = 12 + 6 + 2 = 20€.

Première assiette :

Si le gateau à la fraise coûte 1€ l'autre coûte 7€ mais sa ne va pas avec la deuxième assiette.

Si un gateau à la fraise coûte 3€

3€ x 2 = 6€

Celui au café est donc à 2€

2ème assiette :

En prenant en fonction de la première assiette le gâteau au chocolat est à 4€.

3ème assiette :

Ce plat prouve le prix des gâteaux

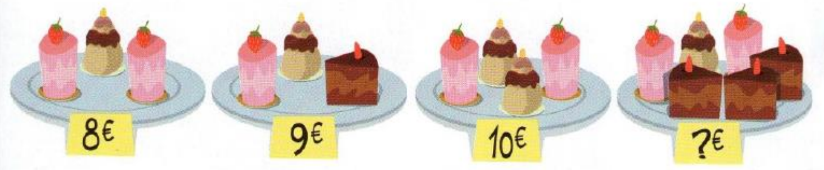
3€ + 3€ + 2€ + 2€ = 10€

4ème assiette :

4€ x 3 = 12€

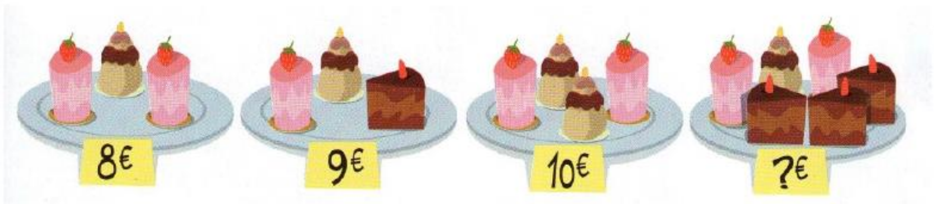
12€ + 3€ + 3€ + 2€ = 20€

Donc l'assiette est à 20€.



Sur le 1er plateau il y a 2 gâteaux allongés et 1 petit gâteau. Comme sur le 3ème plateau, c'est pareil sauf qu'il y a 1 petit gâteau de plus et le prix monte de 2€.
Alors un petit gâteau coûte 2€.
Sachant qu'un petit gâteau coûte 2€, sur le 1er plateau on fait 8€ - 2€ = 6€. Deux grands gâteaux coûte 6€ et 6 ÷ 2 = 3.
Alors un grand gâteau coûte 3€.
Pour trouver le prix du dernier gâteau au chocolat, on fait un petit gâteau + un gâteau allongé (sur le 2ème plateau) soit = 2€ + 3€ = 5€. 5€ pour aller à 9€ = 4€
Alors le gros gâteau coûte 4€.
2 grands gâteaux + 1 petit gateau + 3 gros gâteaux = 6 + 2 + 12 = 20€
Le dernier plateau de gateaux coûte 20€.

La méthode par essais/ajustements est celle qui a été la plus utilisée, assez peu de méthodes arithmétiques.
Le même pb en 3ie fait émerger des méthodes algébriques



Raisonnement : Dans le plateau à 8€, on a divisé 8 par 3 et on a trouvé le ~~g~~ prix du gâteau n°2 = 2€ et les 2 autres gâteaux étaient à 3€ car 3 x 2 + 2 = 8. On a vérifié notre raisonnement avec le plateau à 10€, car les 2 gâteaux n°1 = 3 x 2 + 2 x 2 = 10.

Pour le plateau 9 nous avons déduit que la somme du gâteau n°1 + n°2 étaient de 5€, et 9 - 5 est égal à ~~8€~~ 4 €, 4 + 5 = 9.

Donc pour le dernier plateau ~~ne~~ nous avons tout simplement ~~a~~ multiplier : (4 x 3) + (3 x 2) + 2 = 4 20

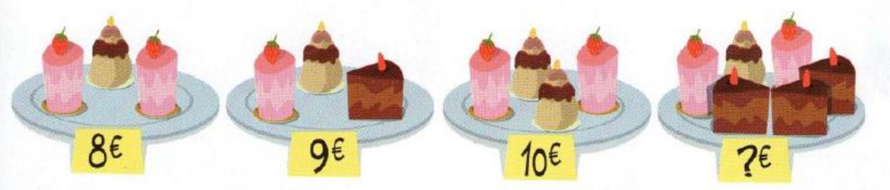
Le prix du dernier plateau est de 20€.

En utilisant deux plateaux:

J'ai calculer le plat qui coute 10€
puis j'ai trouvais que chaque gateau
à la fraise et à la vanille coute 2,50€
puis j'ai calculais le plat à 9€
et j'ai trouvé que le gateau au
chocolat coute 4€

En comparant les plateaux:

Le premier plat coûte 8€ et le 3ème 10 il y a un plus dans
celui-ci 2€ et un vanille le vanille coûte donc 2€
Le 1er contient 2 fraise et un vanille donc 8 - 2 =
6 : 2 = 3 le fraise coûte 3€ et le chocolat 1€ de
plus.



1er plat : 8€

2ème plat : 9€

3ème plat : 10€

4ème plat : ? =   Il faut trouver combien il coute

Le troisième plat pourrait couter 11€ car le premier

coute : 8€

2eme : 9€

3eme : 10€

4eme : 11€.