académie Toulouse

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

JOURNEE PEDAGOGIQUE

« Enrichir les pratiques professionnelles en mathématiques au collège »

Dispositif : **13A0160653**
Modules 45636 à 45642

Avril 2014

INSPECTION PEDAGOGIQUE REGIONALE DE MATHEMATIQUES

Table des matières

Introduction . . . 3
Le plan "Sciences" dans l'Académie de Toulouse . . . 4
Décret sur le conseil école collège . . . 5
Le conseil école collège - Eduscol . . . 7
Bilan de la mise en œuvre des programmes de l'ecole primaire - Rapport IGEN . . . 9
Analyse de l'épreuve de mathématiques du DNB - Académie de Toulouse . . . 23
Les compétences mathématiques au Lycée - Eduscol . . . 29
Les compétences du collège au lycée - Académie de Toulouse 31
Raisonnement-Démonstration : L'exemple générique . . . 33
Raisonnement-Démonstration : Soustraction des nombres relatifs . . . 34
Raisonnement-Démonstration : égalité de fractions . . . 37
Raisonnement-Démonstration : égalité de quotients . . . 41
Raisonnement-Démonstration : notion d'inverse . . . 42
Raisonnement-Démonstration : Le produit en croix . . . 44
Raisonnement-Démonstration : Les racines carrées . . . 47
L'ENT au service des mathematiques . . . 49
TRAAM Synthèse . . . 53
TRAAM - Action 2012-13 . . . 54
TRAAM - Action 2011-12 . . . 57
Concours Mathématique franco-chinois : Compter avec l'autre 60

Les journées pédagogiques « Enrichir les pratiques professionnelles en mathématiques au collège » sont des journées d'information et d'animation à public désigné assurées par l'inspection pédagogique régionale de mathématiques.

Chaque établissement est invité à se faire représenter par un ou plusieurs enseignants qui sont les porte-parole de l'équipe de mathématiques. Les instructions officielles et les ressources pédagogiques disponibles sont présentées et exploitées lors de ces journées. Leur application garantit la cohérence de la formation mathématique au niveau académique et contribue à réduire les écarts de performances entre les territoires.

Les travaux conduits lors de ces journées doivent être prolongés au sein de conseils d'enseignement. Pour conduire cette réflexion, une brochure est remise à chaque professeur représentant son établissement scolaire.

Les journées pédagogiques assurées lors de cette année scolaire 2013-2014 ont pour objectif l'enrichissement des pratiques professionnelles en lien avec l'acquisition des compétences mathématiques visées au collège et au lycée

L'analyse conduite sur les compétences évaluées au brevet et l'exploitation attendue des consignes de correction ont pour objectif de faire évoluer en ce sens les pratiques dans les classes.

Le travail conduit en atelier s'inscrit dans une perspective analogue.

Le premier atelier a pour objectif d'élaborer des stratégies qui permettent d'exploiter les temps de corrections de façon à en faire de véritables moments d'apprentissage.

Le deuxième atelier est consacré à la progressivité à mettre en œuvre dans l'apprentissage du calcul littéral sur les quatre années de collège pour mieux répondre aux difficultés des élèves.

Le compte-rendu des journées inter-académiques de POITIERS de novembre 2013 sur les pratiques pédagogiques exploitant l'ENT et les travaux liés aux TRAAM (travaux académiques mutualisés) sont présentés lors de ces journées pédagogiques collège. Leur diffusion a pour objectif de fournir aux enseignants de nouvelles ressources pédagogiques pour enrichir leurs pratiques professionnelles.

La préparation de ces journées et leur réalisation ont pu être assurées grâce à leur prise en charge par les formateurs associés aux IA-IPR.

BARDIN Carine	Collège Picasso, FROUZINS (31)
BAUDIER Sabine	Collège PIERREFITE-NESTALAS (65)
BAUDORRE Mylène	Collège A. Briant, ALBI (81)
CLEMENT Philippe	Collège de Gourdon, LOT (46)
FRAYSSE Bertrand	Collège Lafrançaise, Tarn et Garonne (82)
FERRERO Christine	Collège Bellevue, TOULOUSE
GINESTE Benoît	Collège Ingres, MONTAUBAN
GUY Françoise	Collège P. Ramadier DECAZEVILLE (12)
KONIKOWSKI Laurence	Collège VILLENEUVE TOLOSANE (31),
LARROQUE Huguette	Collège Olympe de Gouges, MONTAUBAN (82)
LETARD Pascal, Chargé de mission	Lycée Gabriel Fauré, FOIX (09)
LINDAUER Jean-claude, Chargé de mission	Lycée Toulouse-Lautrec, TOULOUSE (31)
MARFAING Isabelle	Collège René Cassin, SAINT ORENS
PAGIARULO Véronique	Collège-Lycée Louise Michel, L'ISLE JOURDAIN (32)
PERRIN Nathalie	Collège-Lycée Louise Michel, L'ISLE JOURDAIN (32)
TERRAL Marie-Pierre	Collège, GAILLAC (81)
TESTE Valérie	Collège Bellevue, TOULOUSE

Nous souhaitons que la réflexion engagée permette de répondre aux besoins des élèves.

Danielle BLAU Eric CONGE Alain NEVADO Martine RAYNAL
Inspecteurs pédagogiques régionaux

Promotion des sciences à l'école et sa déclinaison dans l'académie de Toulouse : le « Plan sciences »

BO n° 10 du 10 mars 2011 : **Promotion des disciplines scientifiques et technologiques**
« Une nouvelle ambition pour les sciences et les technologies à l'École »

Année 2012/13

- conception d'un module national IG/DGESCO « Enseigner les décimaux » par les IA-IPR de mathématiques et les IEN CCPD référents mathématiques de l'académie de Toulouse,
- un groupe de pilotage académique regroupant le groupe PRESTE « sciences » et les mathématiques (IA-IPR des disciplines scientifiques dont les mathématiques et IEN référents maths départementaux) se met en place,
- en fin d'année scolaire, des formateurs sont sollicités en sciences et mathématiques, des personnes-ressources sont identifiées par circonscription et/ou bassin de formation.

Année 2013/14

- la formation de « personnes-ressources » est lancée, à l'échelle de l'académie, le 26 septembre 2013 par la rectrice,
- cinq journées de formation sont mises en œuvre :
  - conférences introductives pour partager une « culture commune »,
  - travaux en ateliers sciences, d'une part, et mathématiques, d'autre part, en J1 (26/09/13) et J2 (15/10/13),
  - travaux en ateliers « gestes professionnels » en J3 (25/11/13),
  - retour à des ateliers sciences, d'une part, et mathématiques, d'autre part, en J4 (25/02/14),
  - journée « délocalisée » bi-départementale en J5 (mai et juin 2014).

Année 2014/15

- enjeu-clé : la sollicitation des « personnes-ressources » sur le terrain, notamment dans le cadre de la réflexion et du plan d'actions des conseils écoles/collège, pour des actions de type FIL ou « liaison école/collège » centrées sur les sciences en général et les mathématiques en particulier

A moyen terme

- les « personnes-ressources » du « plan sciences » interviennent :
  - dans le cadre de la liaison et des enjeux d'apprentissage du cycle de consolidation CM1/CM2/6ème,
  - dans des formations d'initiative locale (FIL) centrées sur les sciences, à l'échelle de la circonscription, du bassin, du département,
  - dans le cadre de la formation continue des professeurs d'école.

28 juillet 2013 JOURNAL OFFICIEL DE LA RÉPUBLIQUE FRANÇAISE Texte 3 sur 48

Décrets, arrêtés, circulaires

TEXTES GÉNÉRAUX

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Décret n° 2013-683 du 24 juillet 2013 définissant la composition et les modalités de fonctionnement du conseil école-collège

NOR : *MENE1318884D*

Publics concernés : *personnels des écoles et des collèges publics de l'éducation nationale.*

Objet : *définir la composition et les modalités du conseil école-collège.*

Entrée en vigueur : *le texte entre en vigueur à la rentrée scolaire 2013.*

Notice : *le présent décret définit la composition et les missions confiés au conseil école-collège qui doit permettre de renforcer la continuité pédagogique entre les deux degrés, au profit notamment des élèves les plus fragiles. Le conseil école-collège réunit, sous la présidence du principal du collège et de l'inspecteur de l'éducation nationale chargé de la circonscription, des enseignants du collège et des écoles du secteur de celui-ci. Il se réunit deux fois par an au moins et arrête un programme d'actions et un bilan de ses réalisations.*

Références : *le présent décret est pris en application de l'article L. 401-4 issu de l'article 57 de la loi d'orientation et de programmation pour la refondation de l'école de la République ; les textes introduits par le présent décret peuvent être consultés sur le site Légifrance (http://www.legifrance.gouv.fr).*

Le Premier ministre,

Sur le rapport du ministre de l'éducation nationale,

Vu le code de l'éducation, notamment son article L. 401-4 ;

Vu l'avis du Conseil supérieur de l'éducation en date du 10 juillet 2013,

Décrète :

Art. 1er. – Au livre IV de la deuxième partie (partie réglementaire) du code de l'éducation, il est inséré un titre préliminaire ainsi rédigé :

« *TITRE PRÉLIMINAIRE*

« ***DISPOSITIONS COMMUNES***

« *CHAPITRE UNIQUE*

« *Art. D. 401-1.* – Le conseil école-collège, institué par l'article L. 401-4, associe un collège public et les écoles publiques de son secteur de recrutement afin de contribuer à améliorer la continuité pédagogique et éducative entre l'école et le collège.

« *Art. D. 401-2.* – I. – Le conseil école-collège comprend :

« 1° Le principal du collège ou son adjoint ;

« 2° L'inspecteur de l'éducation nationale chargé de la circonscription du premier degré ou le représentant qu'il désigne ;

« 3° Des personnels désignés par le principal du collège sur proposition du conseil pédagogique du collège prévu à l'article L. 421-5 ;

« 4° Des membres du conseil des maîtres prévu à l'article D. 411-7 de chacune des écoles du secteur de recrutement du collège, désignés par l'inspecteur de l'éducation nationale chargé de la circonscription du premier degré dont relève l'école, sur proposition de chacun des conseils des maîtres concernés.

« Le conseil école-collège est présidé conjointement par le principal du collège ou son adjoint et par l'inspecteur de l'éducation nationale chargé de la circonscription du premier degré ou le représentant qu'il désigne.

28 juillet 2013 JOURNAL OFFICIEL DE LA RÉPUBLIQUE FRANÇAISE Texte 3 sur 48

« Le principal du collège et l'inspecteur de l'éducation nationale chargé de la circonscription du premier degré fixent conjointement le nombre des membres du conseil école-collège en s'assurant d'une représentation égale des personnels des écoles et du collège.

« II. – Lorsque plusieurs circonscriptions du premier degré relèvent d'un même secteur de recrutement de collège, le directeur académique des services de l'éducation nationale agissant sur délégation du recteur d'académie désigne l'inspecteur de l'éducation nationale chargé de la circonscription du premier degré qui siège au conseil école-collège.

« III. – Le conseil école-collège peut inviter à participer ponctuellement à ses travaux toute personne dont les compétences peuvent lui être utiles. »

« *Art. D. 401-3.* – Le conseil école-collège détermine un programme d'actions, qui s'inscrit dans le champ des missions qui lui sont assignées par l'article L. 401-4. Le conseil école-collège peut créer des commissions école-collège chargées de la mise en œuvre d'une ou plusieurs de ces actions. La composition, les objectifs et les modalités de travail de ces commissions sont arrêtés par le conseil école-collège.

« *Art. D. 401-4.* – Le conseil école-collège se réunit au moins deux fois par an. Chaque année, il établit son programme d'actions pour l'année scolaire suivante ainsi qu'un bilan de ses réalisations. Il soumet le programme d'actions à l'accord du conseil d'administration du collège et du conseil d'école de chaque école concernée. Le bilan des réalisations est présenté aux mêmes instances. Le programme d'actions et le bilan sont transmis pour information, conjointement par l'inspecteur de l'éducation nationale chargé de la circonscription du premier degré et le principal du collège, au directeur académique des services de l'éducation nationale. »

Art. 2. – A l'article D. 211-10, les mots : « secteurs scolaires » sont remplacés par les mots : « secteurs de recrutement ».

Art. 3. – La mise en place du conseil école-collège s'effectue progressivement au cours de l'année scolaire 2013-2014 afin que son premier programme d'actions soit adopté pour être mis en œuvre à compter de la rentrée scolaire de septembre 2014.

Art. 4. – Le ministre de l'éducation nationale est chargé de l'exécution du présent décret, qui sera publié au *Journal officiel* de la République française.

Fait le 24 juillet 2013.

JEAN-MARC AYRAULT

Par le Premier ministre :

Le ministre de l'éducation nationale,
VINCENT PEILLON

Le conseil école-collège - Ministère de l'éducation nationale

education.gouv.fr

Accueil > École > École élémentaire > L'école élémentaire en pratique

L'école élémentaire en pratique

Le conseil école-collège

[Refondons l'École]

Le conseil école-collège a pour objectif de renforcer la continuité pédagogique entre le premier et le second degrés notamment au profit des élèves les plus fragiles. Il réunit des enseignants du collège et des écoles du secteur de celui-ci. Le conseil école-collège est présidé par le principal du collège et l'inspecteur de l'éducation nationale chargé de la circonscription. La mise en place du conseil école-collège s'effectue progressivement au cours de l'année scolaire 2013-2014.

Les missions du conseil école-collège
La composition du conseil école-collège

Les missions du conseil école-collège

Le conseil école-collège contribue à **améliorer la continuité pédagogique et éducative entre l'école et le collège**.

Il se réunit **au moins deux fois par an** et établit son **programme d'actions** pour l'année scolaire suivante ainsi qu'un bilan de ses réalisations.

Ce programme d'actions est soumis à l'**accord du conseil d'administration du collège et du conseil d'école de chaque école concernée**. Le bilan des réalisations est présenté aux mêmes instances. Le programme d'actions et le bilan sont transmis au directeur académique des services de l'éducation nationale.

Le conseil école-collège peut **créer des commissions école-collège** chargées de la mise en œuvre d'une ou plusieurs des actions de son programme. La composition, les objectifs et les modalités de travail de ces commissions sont arrêtés par le conseil école-collège.

La composition du conseil école-collège

Le conseil école-collège comprend :

- le principal du collège ou son adjoint
- l'inspecteur de l'éducation nationale chargé de la circonscription du premier degré ou son représentant
- des personnels désignés par le principal du collège sur proposition du conseil pédagogique du collège
- des membres du conseil des maîtres de chacune des écoles du secteur de recrutement du collège

Le conseil école-collège - Ministère de l'éducation nationale

Le conseil école-collège est **présidé conjointement par le principal du collège ou son adjoint et par l'inspecteur de l'éducation nationale** chargé de la circonscription du premier degré ou son représentant.

Le principal du collège et l'inspecteur de l'éducation nationale chargé de la circonscription du premier degré fixent le nombre des membres du conseil école-collège en s'assurant d'**une représentation égale des personnels des écoles et du collège**.

Lorsque plusieurs circonscriptions du premier degré relèvent d'un même secteur de recrutement de collège, le directeur académique des services de l'éducation nationale désigne l'inspecteur de l'éducation nationale chargé de la circonscription du premier degré qui siège au conseil école-collège.

Refondation de l'École de la République

La loi d'orientation et de programmation pour la refondation de l'École de la République a été publiée au Journal officiel, mardi 9 juillet 2013.

- Tout savoir sur la loi pour la refondation de l'École

EN SAVOIR PLUS

Texte de référence

- Composition et modalités de fonctionnement du conseil école-collège

Décret du 24 juillet 2013

Pages à consulter

La liaison entre l'école et le collège

- Une nécessaire continuité pédagogique
- Un suivi favorisé grâce au livret personnel de compétences (LPC)
- Une meilleure continuité des parcours scolaires

- La liaison entre l'école et le collège

De l'école au collège : quels changements ?

- Interlocuteurs
- Vie scolaire
- Règlement intérieur
- Horaires

- De l'école au collège : quels changements ?

Mise à jour : août 2013

BILAN de la mise en œuvre des programmes issus de la réforme de l'école primaire de 2008.

Juin 2013

EXTRAIT du rapport de l'inspection générale

L'enseignement des mathématiques

– favoriser dans toute la mesure du possible l'utilisation raisonnée des nouvelles technologies.

3. L'enseignement des mathématiques

3.1. Les programmes 2008 ont fortement marqué l'enseignement des mathématiques de ces dernières années

3.1.1. Un impératif qui peu à peu s'est imposé à tous : renforcer les automatismes et la mémorisation tout en valorisant la résolution de problèmes

Les programmes de 2008 ont introduit une approche de l'enseignement des mathématiques sensiblement différente de celle des programmes antérieurs, qu'il s'agisse de ceux de la « génération didactique » (depuis 1977) ou de ceux de 1970 « maths modernes ». Aussi sont-ils apparus à certains comme un retour très en arrière, c'est-à-dire aux programmes fondateurs de 1887 ou de 1923. La critique portait essentiellement sur trois points : l'importance accordée aux automatismes, la place de la résolution de problèmes, le volume des connaissances.

Dans la réalité, ces programmes ont permis de renouveler des questions didactiques et pédagogiques fondamentales, dont l'une était d'ailleurs donnée comme principe dans les quelques lignes précédant les listes de connaissances : « L'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur situation ». Les programmes ont mis l'accent sur le nombre et le calcul. Les deux documents « Ressources pour faire la classe » qui ont été publiés par la DGESCO sous l'égide de l'inspection générale ont d'ailleurs été centrés sur ce champ.

Depuis cinq ans, la question des automatismes a été posée dans une vision large des acquisitions de connaissances et de compétences calculatoires, questionnant les voies de leur apprentissage et réhabilitant le rôle de la mémoire. Au fil des séminaires nationaux organisés à l'ESEN avec le réseau des IEN maths, mais aussi lors du séminaire national sur l'enseignement des mathématiques organisé en 2012 par la DGESCO et l'IFE, un consensus s'est fait jour sur l'importance d'installer en mémoire des « faits numériques » comme les résultats des tables d'addition et de multiplication, mais aussi toute une série de procédures de calcul mental. D'aucuns ont pu parler du « paradoxe de l'automatisme »[19] : disposer de trop peu d'automatismes (au sens de procédures automatisées) prive de liberté de choix et peut induire des comportements d'automate, alors qu'à l'inverse, la maîtrise conscientisée d'une panoplie d'automatismes (au sens de procédures automatisées) donne de la liberté d'action et permet de choisir entre différentes stratégies.

En ce qui concerne les problèmes, là aussi du temps a été nécessaire pour faire comprendre que la résolution de problèmes restait centrale dans les programmes, même si aucun domaine des programmes ne leur était spécifiquement dédié. Leur rôle était même conforté :

[19] Denis Butlen, Pascale Masselot, « Dialectique entre sens et techniques, l'exemple du calcul mental » in *Le nombre au cycle 2*. p.15.

« la résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique ». Et dans chacun des quatre domaines, une ou plusieurs phrases explicitaient « la résolution de problèmes ». Les réflexions qui ont été menées depuis cinq ans ont notamment cherché à valoriser la notion de classes de problèmes. Dans les deux documents « Ressources pour faire la classe » ou dans des séminaires nationaux, il s'est agi de montrer qu'il fallait conduire l'élève à disposer de moyens sûrs pour résoudre les problèmes qui lui étaient proposés, et qu'au-delà d'une première approche hésitante ou tâtonnante il devait être accompagné dans la construction de méthodes fiables, bien sûr de manière progressive et avec toute l'aide nécessaire de l'enseignant. Il a fallu aussi revisiter la notion de « situation - problème » en rappelant que des énoncés relativement épurés étaient eux aussi des « situations problèmes » pour les élèves et qu'ils présentaient l'avantage de mettre la focale sur la modélisation conduisant à la résolution mathématique, facilitant l'acquisition de méthodes sûres de résolution. Ainsi cette situation (Évaluations CE1, 2012) : « un fleuriste a composé 17 bouquets de fleurs. Dans chaque bouquet il y a 5 fleurs. Combien a-t-il utilisé de fleurs pour composer l'ensemble de ces bouquets ? » est bel et bien une « situation problème » présentant un haut niveau de complexité et de difficulté pour les élèves ; d'ailleurs, seulement 40 % des élèves de fin de CE1 donnent la bonne réponse. Pour cet exercice, comme pour tout problème, les étapes à franchir pour la résolution sont : comprendre l'énoncé (la situation : 17 bouquets de 5 fleurs), s'engager dans une démarche adaptée (opération 17 + 17 + 17 + 17 + 17 + 17 ou 17X5), mettre en œuvre, techniquement, cette démarche (effectuer l'opération) et communiquer son résultat. La capacité à modéliser (transporter le problème dans le monde mathématique) est une des clés de la réussite en résolution de problème : ici, l'élève qui tente de trouver la solution par simple comptage à partir d'un dessin représentant les bouquets de fleurs perd beaucoup de temps et a, de plus, peu de chances de réussir.

3.1.2. L'accroissement des connaissances à maîtriser en fin d'école a finalement peu fait débat, non pas parce qu'il a été accepté et compris mais parce que les maîtres s'en sont affranchis

L'accroissement des connaissances à maîtriser en fin d'école était réel même s'il ne portait que sur quelques points[20]. Cependant, du fait que ces connaissances relevaient surtout de la dernière année du cycle 3, elles n'étaient pas testées dans les évaluations nationales, situées en janvier et ciblant essentiellement les acquis de CM1. Comme elles n'étaient pas testées, beaucoup de maîtres ne les ont abordées que très tardivement et superficiellement, voire pas du tout : n'étant que peu abordées, elles n'ont pas fait polémique.

[20] Extension de la division de deux entiers à celle d'un nombre décimal par un nombre entier à un chiffre ; extension de la multiplication d'un décimal par un entier à celle de deux nombres décimaux ; construction d'un triangle ; longueur du cercle ; volume du pavé droit ; règle de trois.

3.2. L'organisation des enseignements

3.2.1. Un volume horaire globalement respecté

Peu de changements sont observés sur la question du temps consacré à l'enseignement des mathématiques. Même s'il existe évidemment des variations entre les classes et que les maîtres usent de leur liberté pédagogique, la séance de fin de matinée domine. Quant au volume horaire, il est globalement respecté, même si des maîtres disent regretter le samedi matin où « l'on pouvait prendre du temps », « faire des maths différemment », « laisser le temps de la recherche », expressions qui ne peuvent qu'inviter à réfléchir davantage sur les fondements de l'activité mathématique, laquelle, toujours, devrait permettre de prendre son temps, de chercher et d'éprouver du plaisir.

3.2.2. Des repères annuels appréciés des enseignants, mais dont la lecture et la mise en œuvre sont encore souvent trop linéaires

Les « repères pour l'organisation de la progressivité des apprentissages par les équipes pédagogiques », plus souvent appelés « progressions » voire « progressions officielles », sont connus des maîtres. Très souvent, ils ont été appréciés, constituant une base d'échanges entre les maîtres. Ils ont aussi permis que certaines notions, comme par exemple la division au cycle 3, ne soient plus traitées exclusivement la dernière année du cycle et puissent mieux s'installer dans la durée.

Toutefois l'idée essentielle de progressivité des apprentissages en mathématiques, totalement partagée dans son principe, est encore insuffisamment mise en œuvre dans deux de ses dimensions : la progressivité sur l'année même (certaines notions à maîtriser en fin d'année n'étant abordées qu'au troisième trimestre), et l'articulation, voire l'harmonisation, d'un cycle sur l'autre.

De façon générale, la notion de progression spiralaire semble insuffisamment explorée. Cela nuit aux apprentissages, parce qu'une notion ne s'acquiert jamais complètement lors d'une première rencontre et qu'il convient donc que l'enseignant revienne plusieurs fois sur cette notion en proposant des situations diverses et souvent de complexité croissante, mais aussi parce qu'une connaissance ou une compétence qui semble acquise peut s'oublier si elle n'est pas réactivée.

3.2.3. Outillage : fichiers, manuels, écrits des élèves, numérique, jeux…

- **Une présence très importante des fichiers, qui rassurent les enseignants mais sont peu propices au développement d'acquis solides**

Les fichiers restent largement développés dans les classes, particulièrement au cycle 2. S'ils présentent un caractère rassurant pour l'enseignant qui peut penser que l'élève est en activité en complétant une fiche et que la progression des apprentissages est assurée en suivant les pages, leur usage est, en réalité, peu propice à des acquisitions solides. Les exercices des fichiers ne sauraient remplacer les propositions personnelles de l'enseignant qui seul est à même de choisir les bonnes situations d'apprentissage, nourries de sa connaissance des besoins de ses élèves et du « vécu » de la classe. Le fait que les activités proposées soient exclusivement tirées de fichiers et de manuels a en effet aussi pour conséquence que la dimension de relation des mathématiques avec la vie quotidienne est insuffisamment prise en compte, ce qui renforce le statut excessivement « scolaire » des mathématiques : « les élèves font des maths pour les maths parce qu'on est à l'école ». Ceci est particulièrement vrai en géométrie et dans le domaine des grandeurs et mesures. La deuxième conséquence de l'usage massif et trop souvent exclusif des fichiers est que les élèves n'écrivent pas assez en mathématiques : en supprimant la nécessité de recopier les énoncés ou les figures, ils privent les élèves d'un temps d'appropriation, de concentration et de travail sur la langue qui peut être très fructueux ; en limitant l'espace dédié à la recherche, ils valorisent l'écriture des réponses au détriment des schémas, essais, tâtonnements, périphrases de l'énoncé, qui sont autant de passages obligés pour la plupart des élèves.

La troisième conséquence, peut-être plus inattendue, est le manque de différenciation ; en l'absence de support adéquat pour les élèves, les maîtres ne diversifient pas assez les énoncés, ni pour la résolution de problèmes ni pour les exercices d'entraînement en calcul ; la plupart du temps, lorsqu'ils ont « fini » leur page, les bons élèves font autre chose que des mathématiques ou bien s'ennuient en attendant leurs camarades.

Pour réagir, il conviendrait :

- d'inviter les enseignants à mieux regarder autour d'eux et à tirer parti de l'environnement immédiat ;
- de recommander l'acquisition, pour chaque niveau de classe et indépendamment de la présence de fichiers, de cahiers dédiés aux exercices de mathématiques ;
- d'inciter à différencier les exercices proposés, par exemple en proposant, à côté du corpus commun, des exercices plus accessibles en préalable pour certains élèves et des exercices d'approfondissement pour d'autres ;
- d'aider tous les maîtres à mieux connaitre et à utiliser des manuels et des ressources en ligne de qualité.

▪ **Des manuels et des ressources en ligne de plus en plus utilisés**

Les manuels sont – et c'est heureux – de plus en plus considérés comme une banque de ressources dans laquelle l'enseignant peut puiser. Mais les maîtres font aussi de plus en plus souvent appel aux ressources en ligne pour construire leurs séances d'enseignement, méthode de travail qui devrait croître rapidement avec l'arrivée de banques d'exercices et d'activités structurées. Le manuel traditionnel pourrait alors s'éclipser au profit des outils numériques.

▪ **Des traces écrites en quantité et en qualité très inégales mais globalement insuffisantes**

Le document « Ressources pour la classe » (cycle 3) a opportunément rappelé le rôle des écrits en mathématiques en citant plusieurs supports : cahier de mathématiques pour les exercices et notamment les résolutions de problèmes, cahier de brouillon pour chercher et tâtonner avec un moindre souci de la forme, cahier de leçons pour garder la trace de ce qui doit être mémorisé, ardoise pour les séances type « la Martinière », etc.

39

Dans les faits, on constate encore trop souvent l'absence d'un cahier d'exercices. Quant au cahier de leçons, encore appelé cahier « outil » ou plus simplement « cahier de mathématiques » lorsqu'il existe, il est trop souvent constitué de feuilles polycopiées collées, signe que les écrits de synthèse ne sont pas élaborés par les élèves eux-mêmes, et qu'ils ne font pas l'objet d'une première appropriation et mémorisation lors de la copie de la leçon écrite au tableau.

Il convient cependant de signaler l'engagement d'un nombre croissant d'IEN en faveur de la réduction des photocopies et de la valorisation des différents écrits en mathématiques, qui commence çà et là à porter des fruits. Cette évolution, même si elle reste limitée, est très encourageante et montre que sur ce sujet très sensible le volontarisme porte ses fruits.

- **Des outils numériques encore faiblement utilisés**

L'usage des outils numériques en classe est encore faible, même s'il progresse, notamment grâce au plan Écoles numériques rurales (ENR). Lorsqu'ils sont utilisés, la pédagogie n'en est pas bouleversée sauf peut-être en géométrie où l'utilisation de logiciels et d'outils numériques propres au TBI permet de mieux comprendre des constructions. On constate aussi des mises en commun plus pertinentes grâce à un bon usage du TBI ou du vidéo projecteur : l'outil permet de mettre en valeur les différentes propositions de résolution, de valoriser la démarche de recherche et le travail de groupe. Enfin, des logiciels favorisent les pratiques de calcul mental.

La calculatrice, souvent appelée « calculette » à l'école, qui « doit faire l'objet d'une utilisation raisonnée en fonction de la complexité des calculs auxquels sont confrontés les élèves », n'est pas pleinement utilisée. Essentiellement vue comme une alternative aux autres modes de calcul (mental ou posé), elle est proposée pour gagner du temps ou diminuer la difficulté technique liée à certains calculs, mais peu comme un outil d'apprentissage. Le lien entre calcul mental et calcul instrumenté n'est pas assez exploré. Le contrôle des résultats via le calcul préalable d'ordre de grandeurs ou de certains chiffres du résultat n'est presque jamais proposé. Les limites de la machine ne sont pas questionnées.

Cette sous-utilisation de la calculatrice interroge : faut-il réellement la promouvoir ? Et si oui, comment réussir là où une décennie d'instructions officielles ont échoué ? Comment lui donner toute sa place dans le triptyque « mental, posé, instrumenté » du calcul sous toutes ses formes ?

- **Un usage des jeux limité, décroissant de la maternelle au cycle 3**

À l'école élémentaire, le jeu en mathématiques est un mode de travail qui reste limité, voire marginal dans le temps ordinaire de la classe.

Lorsqu'il est utilisé, c'est essentiellement dans le cadre d'activités de calcul mental. Il contribue alors à donner à cette activité un caractère ludique, valorisant la rapidité, la mémorisation et la maîtrise des règles. Les jeux mathématiques de type exercices de rallye, énigmes, etc., qui invitent à la recherche et à la prise d'initiative, sont moins présents (« effet de la disparition du samedi matin », disent certains maîtres). Parfois certains jeux peuvent

40

aussi être proposés en accès libre aux élèves les plus rapides pour occuper leur temps libre après qu'ils ont terminé leur travail.

Au cycle 2 notamment, les jeux sont surtout « utilisés pour les activités de remédiation et en aide personnalisée ». C'est donc qu'ils apparaissent comme des outils de mise en confiance et d'apprentissage efficace, ce qui interroge sur la sous-utilisation de ces mêmes jeux dans le cadre ordinaire de la classe, et sur le statut du jeu en général comme vecteur d'apprentissage.

Dans certaines classes toutefois, les jeux sont très présents, et ils sont alors très variés : dominos, Hex, morpion, Yams, furet, awélé, coloriages codés, banquier, marchande, tous les jeux de carte, de plateaux… Il semble que les classes qui pratiquent le jeu sont aussi celles où les mathématiques sont les mieux reliées à la vie quotidienne.

Notons enfin que les nombreux rallyes mathématiques ainsi que l'opération « la semaine des mathématiques » menée par la DGESCO depuis deux ans contribuent à mettre en valeur les nombreuses qualités des jeux comme outils au service de l'apprentissage des mathématiques. Une avancée qu'il reste à transformer pour que le jeu gagne la place qu'il mérite dans les pratiques de classe au quotidien.

3.3. La mise en œuvre des programmes

3.3.1. Une amélioration du travail et des acquisitions en calcul, mais la quantité et la qualité des activités de résolution de problèmes sont encore insuffisantes

Le texte de présentation des programmes avait pris soin de poser le principe suivant, pour toutes les disciplines : *« Les programmes qui suivent tentent d'autant moins d'imposer le choix d'un mode d'apprentissage aux dépens d'un autre que chacun s'accorde aujourd'hui sur l'utilité d'un apprentissage structuré des automatismes et des savoir-faire instrumentaux comme sur celle du recours à des situations d'exploration, de découverte, ou de réflexion sur des problèmes à résoudre. »* En mathématiques, cette réflexion prend une dimension particulière puisque les mots « problèmes » et « automatismes » ont pu être opposés. Il s'agit de comprendre que, schématiquement, les mathématiques s'acquièrent en étant confrontées à des problèmes et que les automatismes sont des acquis qui, lorsqu'ils sont pertinents, aident à la résolution de problèmes.

La question du lien entre « acquisition d'automatismes » et « intelligence de leur signification » n'est pas toujours comprise. La phrase où sont liées ces deux notions est jugée quelquefois « totalement hermétique » par certains enseignants ; pour d'autres, cette même phrase est indiquée comme ayant été « une pierre d'achoppement » à l'arrivée des programmes, au sujet de laquelle il a fallu de « grands efforts d'explication ». Ce qui ne manque pas d'interroger sur la nature de l'enseignement dispensé, sur les voies choisies pour que les élèves acquièrent les automatismes visés, et sur un possible déficit de formation des enseignants quant au rôle de la mémoire dans les apprentissages.

Mais de manière très large, le constat est fait que le travail sur les automatismes et la mémorisation a progressé dans une grande majorité de classes. Les inspecteurs jugent que « les tables sont mieux apprises et les opérations mieux effectuées ». Certes, limiter la

41

question des automatismes aux tables et aux opérations est réducteur, mais c'est aussi le signe que dans ce domaine un changement de cap était nécessaire et a été effectué. Restent que semblent éludées la reconnaissance de formes ou de classes de problèmes, la mémorisation de types de résolution ou de stratégies, ainsi que bien d'autres connaissances ou procédures dont l'automatisation est nécessaire en mathématiques.

Par ailleurs, pour le calcul mental, si des progrès quantitatifs sont tangibles (pratique plus régulière dans toutes les classes), il reste beaucoup à faire qualitativement ; les séances sont trop souvent « monotones », « archaïques », « pas assez dynamiques ». Le terme « ritualisé » est souvent employé pour traiter des séances de calcul mental ; on peut s'en réjouir en y lisant la régularité de la pratique mais aussi s'en inquiéter si le rite renvoie à une non-réflexion sur les contenus. La distinction entre les formes de calcul, qui fait l'objet de débats entre spécialistes, est logiquement difficile pour les enseignants. Que met-on exactement derrière les termes « calcul automatisé » et « calcul réfléchi » ? Le calcul mental peut-il faire l'objet d'un écrit ? Comment mémoriser des résultats, des procédures, des méthodes ? Le fonctionnement de la mémoire, objet de travaux et de résultats en sciences cognitives, est insuffisamment connu des enseignants : mémoire immédiate, à court terme, à long terme, rôle de l'activation régulière, des reprises, méthodes pour mémoriser, etc. Comment mettre ces résultats au service de l'enseignement ? Cette réflexion gagnerait à s'effectuer sur des champs précis, comme par exemple celui de la numération qui est particulièrement sollicité en calcul mental : comment penser une stratégie rapide pour calculer 39 + 11 si l'on n'a pas parfaitement intégré le sens de l'écriture décimale et ici en particulier le rôle des chiffres des dizaines et des unités ? C'est grâce à ses savoirs mathématiques que l'élève construit des automatismes intelligents, susceptibles de s'ancrer solidement. Sans connaissances mathématiques, il sera amené à mémoriser des « recettes », qu'il risque de ne pas savoir utiliser de façon pertinente mais surtout qu'il ne mémorisera pas solidement et qu'il ne saura pas reconstruire si besoin.

Pour ce qui concerne les problèmes, on constate que leur place est encore insuffisante, particulièrement en géométrie (alors même que sont explicitement mentionnés dans les programmes les problèmes de reproduction ou de construction) ainsi que dans le domaine *grandeurs et mesures*. L'apprentissage de la résolution de problèmes est insuffisamment intégré aux autres enseignements ; il figure encore à part sur certains emplois du temps. Il ne semble pas suffisamment structuré et fait par exemple rarement l'objet d'une progression. La phase de « correction » des problèmes, trop souvent limitée à la traditionnelle forme collective, ne fait pas l'objet d'une approche différenciée selon les élèves. Les notions de catégorie de problèmes, bien mises en évidence dans le document « Ressources au cycle 2 », sont peu souvent appréhendées. Enfin, les problèmes dominants sont du type « application de notions précédemment étudiées », et trop peu souvent des problèmes introduisant des notions nouvelles.

3.3.2. Les quatre domaines sont inégalement traités

Sur la question de la couverture des programmes, les éléments de réponse recueillis directement auprès des maitres et ceux résultant de l'enquête auprès des inspecteurs chargés d'une mission en mathématiques ne coïncident pas exactement. Les enseignants pensent couvrir plus largement le programme que ce que les inspecteurs constatent. Ils marquent en tout cas leur ambition de traiter tous les points du programme, même si certains les jugent un peu trop lourds, avec quelques notions abordées trop précocement.

- **Nombres et calcul : un enseignement effectif de l'ensemble du programme, mais souvent avec des retards par rapport aux objectifs des différents paliers**

Si 100 % enseignants du cycle 2 interrogés (98 % au cycle 3) estiment que les nombres naturels sont traités de manière satisfaisante et 94 % des enseignants du cycle 3 estiment que les nombres décimaux et les fractions le sont aussi, les IEN constatent néanmoins :

- des retards dans les acquisitions sur les nombres entiers au cycle 2, qui nuisent à l'installation des principes de la numération décimale et donc à la maîtrise suffisante des grands nombres, mais qui induisent aussi un retard sur l'apprentissage des fractions et des nombres décimaux. Typiquement, la réponse à la question de savoir si les nombres décimaux sont enseignés est très souvent « oui, mais… » ;
- des retards pour une première approche de la division, qui est estimée trop difficile par presque la moitié des maîtres de CE1 : cette approche n'est effectuée que par un enseignant sur deux (54 %) et 16 % des maîtres interrogés dans les écoles de l'échantillon de l'enquête disent même ne pas traiter ce point ;
- des retards dans l'apprentissage des opérations mettant en jeu des décimaux notamment la division décimale de deux entiers et la division d'un nombre décimal par un nombre entier. Cette dernière opération n'est du reste pas toujours abordée ;
- des difficultés relatives à l'enseignement des fractions et des nombres décimaux ainsi que des opérations sur ces nombres ; l'enseignement de fractions, notamment, ne paraît pas naturellement au service de celui des nombres décimaux, et la somme de fractions, qui n'est que rarement abordée, ne prend pas réellement sens et paraît, de plus, très anticipée par rapport aux programmes de collège puisqu'on ne la retrouve qu'en classe de cinquième.

- **Géométrie dans le plan et dans l'espace : un enseignement certes réalisé mais dont la qualité doit être interrogée**

La géométrie est enseignée mais les réserves sont nombreuses sur les conditions de cet enseignement. On en reste souvent à des savoirs académiques, peu réinvestis, et les inspecteurs déplorent le manque de manipulations : pour la géométrie plane, l'insuffisance d'usage des instruments tels l'équerre et le compas, certes chronophage mais indispensable, et pour la géométrie dans l'espace, l'absence de manipulations d'objets réels au bénéfice d'une géométrie « sur papier ». La place de la géométrie dans l'espace est par ailleurs souvent jugée insuffisante.

Si le manque de formation des enseignants peut être invoqué, le rôle néfaste des fichiers doit ici être rappelé : la construction ou la reproduction de figures demande de grands espaces, des feuilles blanches, des formats qui invitent à la prise d'initiative et qui autorisent l'erreur, le deuxième essai, toutes conditions de travail que l'on ne trouve pas dans les fichiers.

Deux éléments de contexte sont cependant pointés comme favorables à l'enseignement de la géométrie : tout d'abord l'équipement des classes en matériel informatique et notamment en TBI ; c'est d'ailleurs aux nouvelles technologies que les inspecteurs font référence lorsqu'on leur demande ce qu'ils préconiseraient pour améliorer l'enseignement de la géométrie. Ensuite la situation particulière de certaines classes dans lesquelles un deuxième maître intervient un jour par semaine sur le temps correspondant à la décharge de service du maître principal : dans ce cas, on voit souvent que le deuxième maître se voit confier l'enseignement de la géométrie, lequel fait l'objet d'un enseignement régulier qui porte ses fruits.

Concernant les contenus précis, traités ou non, environ un enseignant du cycle 3 sur quatre estime qu'il traite de manière peu approfondie ou trop succinctement les deux points suivants : les solides usuels (29 %), les problèmes de reproduction ou de construction (21 %). Au cycle 2, 30 % des enseignants font un constat identique pour « figures planes et solides » ; 27 % pour l'utilisation des instruments ; 15 % pour le vocabulaire géométrique et 11 % pour « orientation et repérage ».

- **Grandeurs et mesures : un domaine essentiel, mais mal compris et peu enseigné**

Au cycle 2, près de deux maîtres sur trois (62 %) estiment qu'ils traitent de manière peu approfondie ou trop succinctement les « unités usuelles de longueur, de masse, de contenance et de temps ; la monnaie ». Les notions de contenance et de masse sont jugées par certains enseignants non seulement « difficiles » à ce niveau, mais « inutiles », ce qui ne manque pas de surprendre puisque ces deux notions sont omniprésentes dans la vie quotidienne des élèves comme des adultes, qui sont amenés à considérer des canettes et des pack de contenances diverses ainsi que des aliments achetés au poids (masse en langage courant). Presque autant de maîtres (58 %) négligent la « résolution de problèmes portant sur des longueurs », grandeur tout aussi essentielle. Et on constate que, paradoxalement, dans ce domaine pourtant directement en prise avec le réel, les élèves sont trop rarement conduits à observer et à agir sur leur environnement. Les outils de mesurage sont insuffisamment utilisés dans des contextes de nécessité ou d'utilités concrètes. Le calcul de coûts semble, lui, échapper à cette distance au réel, et on rencontre plus fréquemment des situations (voyages scolaires ; achats pour la classe...) où les mathématiques sont bien un outil pour agir.

Au cycle 3 également, ce domaine du programme est indiqué comme étudié trop succinctement par un nombre important de maîtres : 36 % pour « longueurs, masses, volumes » ; 21 % pour les aires ; 16 % pour les angles ; 14 % pour « repérage du temps, durées » ; 10 % pour la monnaie,… et 19 % pour les « problèmes concrets ».

Les inspecteurs pointent quant à eux particulièrement le fait que les unités d'aire sont parfois abordées trop tardivement, et que le périmètre du cercle comme le volume du pavé droit sont plus rarement abordés.

Ainsi le bilan de l'enseignement des grandeurs est-il très insatisfaisant, voire inquiétant pour ce qui concerne les grandeurs simples : longueur, masse, contenance.

- **Le domaine de l'organisation et de la gestion de données est abordé de manière trop succincte**

Le domaine de l'organisation et de la gestion de données (OGD), qui inclut dans le programme de l'école élémentaire les problèmes de proportionnalité, est celui qui pose le plus de difficultés.

Au cycle 2, 36 % des maîtres interrogés estiment qu'ils traitent de manière peu approfondie ou trop succinctement les « tableaux et graphiques », 22 % pour les « représentations usuelles ». Au cycle 3, ils sont 46 % à juger qu'ils traitent de manière peu approfondie ou trop succinctement « la proportionnalité : situations faisant intervenir les notions de pourcentage, d'échelle, de conversion, d'agrandissement ou de réduction de figures » et 31 % « tri de données, classement ; lecture et production de tableaux, de graphiques ; analyse ».

Globalement, le domaine de l'OGD est donc mal appréhendé. Une des explications en est peut-être la proximité sémantique de l'intitulé « organisation et gestion de données » avec l'ancien intitulé des programmes 2002 « exploitation de données numériques », lequel désignait la résolution de problèmes : les enseignants n'auront sans doute pas perçu la spécificité de l'OGD, quatrième domaine des programmes, comme dans les programmes de collège.

Au collège, ce domaine s'intitule très exactement : organisation et gestion de données, fonction. Il se décline en : 1) maîtriser différents traitements en rapport avec la proportionnalité ; 2) approcher la notion de fonction (exemples des fonctions linéaires et affines) ; 3) s'initier à la lecture, à l'utilisation et à la production de représentations, de graphiques et à l'utilisation d'un tableur ; 4) acquérir quelques notions fondamentales de statistique descriptive et se familiariser avec les notions de chance et de probabilité.

À l'école élémentaire, la notion de fonction n'est pas directement présente (même si c'est un concept sous-jacent qui pourrait aider les enseignants dans leur approche didactique), l'utilisation d'un tableur n'est pas au programme, pas plus que la notion de probabilité. Mais on trouve les problèmes de lecture et de représentations graphiques, les premières fréquentations de pourcentages ainsi que d'autres situations simples de proportionnalité. On constate que la construction de graphiques est en général peu enseignée : jugée peut-être sans intérêt, ou chronophage, cette catégorie très particulière de situations de proportionnalité devrait être mieux considérée pour sa richesse mathématique, quel que soit le contexte. En outre elle constitue une excellente occasion de faire le lien entre différents domaines intra ou extra-mathématiques comme les sciences, la géographie, l'EPS, etc.

À côté des graphiques, les autres situations de proportionnalité présentes dès la maternelle et en tous cas dès le cycle 2 ne sont pas identifiées comme telles par les enseignants, et les premières rencontres avec les propriétés de linéarité ne sont pas explicitées : par exemple, la plupart des problèmes multiplicatifs sont des problèmes de proportionnalité (j'achète 2 kg de fraises à 4 € le kg…).

Conséquemment, l'enseignement de « la proportionnalité » devient l'affaire du cycle 3 exclusivement, voire du CM2 ou même de la fin du CM2. Cette notion est jugée très difficile pour les élèves parce qu'elle est difficile pour les enseignants. En l'absence de familiarité avec les procédures usuelles mobilisant les propriétés de linéarité, l'intérêt d'apprendre à utiliser une procédure automatisée comme la règle de 3 n'est pas perçu.

Les pistes évoquées par les IEN pour remédier à ces difficultés sont :

- la formation des enseignants *(« difficulté à distinguer l'utilisation d'un coefficient de proportionnalité de l'utilisation des propriétés de linéarité. L'exemple type est la recette de cuisine : lorsqu'on passe d'une recette pour 4 personnes à une recette pour 8, des enseignants pensent et disent utiliser un coefficient de proportionnalité alors qu'il s'agit de linéarité (ingrédients x 2) ») ;*
- la sensibilisation à la proportionnalité dès le cycle 2 (voire la maternelle) ;
- la mise en évidence de situations faisant le lien avec d'autres domaines ;
- le travail à partir de problèmes concrets.

3.4. Conclusions et recommandations

Ce premier bilan de la mise en œuvre des programmes intervient seulement cinq ans après leur diffusion. Il met en évidence des premiers acquis ; il dessine aussi des possibilités d'amélioration.

3.4.1. Des évolutions positives dans la perception du rôle des connaissances et des automatismes pour la résolution de problèmes ainsi que dans certaines démarches pédagogiques

En ce qui concerne les acquis, quatre sont essentiels : le premier porte sur la perception de l'articulation et de la complémentarité entre la maîtrise d'automatismes et les capacités en résolution de problèmes.

Le deuxième acquis porte sur la compréhension que les faits mathématiques s'apprennent s'ils sont enseignés : les activités de mémorisation commencent à retrouver une place, qu'il s'agisse des tables d'addition et de multiplication, de procédures de calcul mental, de techniques géométriques, etc.

Le troisième acquis est une meilleure progression des enseignements à l'intérieur des cycles, impulsée par la publication de repères annuels mais qui commence à faire aussi l'objet d'un travail de cycle entre les enseignants.

Le quatrième acquis est relatif à la différenciation et à l'individualisation : les mises en activité des élèves avec des objectifs pédagogiques mieux définis permettent aux enseignants de mieux percevoir les besoins de chacun et de mieux aborder les temps de synthèse.

3.4.2. Une réflexion sur les progressions à renforcer, qu'un allègement des programmes sur certains points pourrait aider

À côté des améliorations encourageantes qui ont été constatées, des difficultés subsistent qui sont autant de marges de progrès.

D'abord, au niveau de la continuité des apprentissages : les progressions ne sont pas suffisamment concertées entre les cycles à l'intérieur d'une école, et de l'école au collège ; les progressions annuelles sont encore trop dictées par les manuels ou les fichiers, sans réflexion sur la progressivité de certains apprentissages.

Ensuite, au niveau de la couverture des programmes : un décalage s'engage dès le cycle 2 et s'accentue au cycle 3, certains points ne sont pas traités du tout.

Les principaux points qui sont relevés comme insuffisamment ou trop tardivement traités, dans les deux volets de l'enquête (auprès des IEN maths et des écoles), avec confirmation par les visites de classe de l'inspection générale, sont :

- au cycle 2, les tables de multiplication par 3 et 4 ;
- au cycle 3 :
  - la géométrie des solides, les reproductions de figures planes, et les unités ou calculs de volume, d'aires, d'angles,
  - les problèmes de proportionnalité sur les pourcentages, les vitesses, les échelles,
  - l'utilisation de la calculatrice,
  - la résolution de problèmes concrets,
  - les nombres décimaux (retardés) et les opérations sur ces nombres.

Les apprentissages dans le domaine numérique ont un caractère cumulatif certain. Pour permettre que s'installent dans la durée les concepts fondamentaux, les progressions doivent être respectées, en laissant le temps nécessaire aux élèves pour mémoriser sur le long terme. Mais les difficultés des enseignants à respecter les objectifs des programmes dans le temps doivent aussi être entendues et analysées : si certaines devraient pouvoir être levées grâce à une meilleure approche pédagogique, d'autres pourraient sans doute aussi être réduites par une reconsidération de certains paliers.

3.4.3. Conserver les équilibres nouveaux qui se dessinent entre acquisition d'automatismes et résolution de problèmes, mais aider les enseignants à gérer le temps par une révision de certains points des progressions ou du programme

Compte-tenu des constats récurrents sur les résultats des élèves faits à l'occasion des différentes évaluations (évaluations nationales CE2 et 6e, puis CE1 et CM2 ; évaluation sur échantillon CEDRE), il conviendrait de ne pas bouleverser les discours sur les équilibres entre résolution de problèmes et développement d'attitudes de recherche d'une part, et acquisition

47

de méthodes sûres et de « faits mathématiques » d'autre part, équilibres dont la nécessité fait l'objet d'un consensus entre la communauté scientifique et les acteurs de terrain.

Il semble aussi nécessaire d'aider les enseignants à graduer les attendus en termes de maîtrise des différentes compétences qui, pour beaucoup d'entre elles, s'acquièrent sur plusieurs années. En complément des propositions de progressions annuelles, qui semblent désormais des repères indispensables, il conviendrait donc de décliner, pour un certain nombre d'objectifs d'apprentissage, des niveaux intermédiaires.

Ensuite, certains points de programme mentionnés au paragraphe précédent, qui aujourd'hui ne sont pas traités correctement ou sont traités plus tardivement que demandé, jugés parfois trop difficiles, trop techniques ou trop précoces pour une majorité d'élèves, mériteraient d'être reconsidérés. Pour ces quelques points particuliers les inspecteurs généraux préconisent de procéder, selon le cas, à un accompagnement des maitres par de la formation[21], à des reports sur l'année ou le cycle suivant[22] ou à des ajustements dans les niveaux de maîtrise attendus[23].

À partir des premières inflexions dans les pratiques qui semblent décelables et dont l'enquête menée cette année témoigne positivement, le groupe enseignement primaire de l'inspection générale formule enfin une recommandation – très générale -– de poursuivre les efforts déployés depuis 5 ans pour développer des démarches nouvelles en matière d'enseignement des mathématiques.

3.4.4. Poursuivre et intensifier l'effort de formation des inspecteurs et des enseignants en mathématiques

L'enseignement des mathématiques à l'école primaire souffre de l'insuffisance de formation des maîtres et des inspecteurs dans cette discipline.

Si la formation initiale des enseignants doit être assurée dans les futures ESPE et soutenue par le maintien d'exigences de bon niveau au concours de recrutement des professeurs des écoles, la formation continue restera un élément essentiel de la professionnalisation des maîtres. Dans le cadre d'un accompagnement des programmes, d'un apport de connaissances scientifiques ou d'un approfondissement didactique, les mathématiques doivent rester une discipline majeure de la formation continue.

Les IEN doivent aussi être soutenus et accompagnés par un encouragement à l'auto formation et par la facilitation des échanges collaboratifs. Le réseau des IEN chargés de mission en mathématiques, par le rôle qu'il joue dans l'animation du travail entre pairs dans les départements et par l'expertise qu'il développe au niveau national, avec les inspecteurs généraux et les universitaires, dans la didactique des mathématiques, doit être consolidé et accompagné. Les séminaires nationaux qui réunissent ces inspecteurs du premier degré et des

[21] Par exemple pour l'enseignement des nombres décimaux.

[22] Au cycle 3, par exemple, certaines formules d'aires ou de volume ainsi que des problèmes de proportionnalité portant sur des grandeurs composés pourraient être renvoyés au collège. De même les notions de valeur approchées et la connaissance des nombres décimaux au-delà du 1/1000°. Au cycle 2, la notion d'axe de symétrie pourrait être renvoyée au collège, où elle fait l'objet d'un enseignement poussé.

[23] Le début de l'apprentissage des tables de 3 et 4 pourrait être laissé au CE1 avec un objectif de mémorisation de quelques-uns des résultats, mais leur maîtrise complète renvoyée au CE2.

DNB 2013. Bilan qualitatif et quantitatif de l'épreuve de mathématiques.

L'**épreuve écrite de mathématiques de la session 2013 du brevet, série générale,** relevait, pour la première année, de la note de service n° 2012-029 du 24-2-2012 publiée au BO n°13 du 29 mars 2012).

Extraits :

« Dans l'esprit du socle commun, le sujet doit permettre d'apprécier la capacité du candidat à mobiliser ses connaissances et à mettre en œuvre une démarche scientifique pour résoudre des problèmes simples. »

« Le sujet est constitué de six à dix exercices indépendants ».

« L'ensemble du sujet doit préserver un équilibre entre ***les quatre premiers items*** *de la compétence 3 du socle commun de connaissances et de compétences- les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique-* ***appliqués à l'activité de résolution d'un problème mathématique*** *:*

- *rechercher, extraire et organiser l'information utile (C_1)*
- *mesurer, calculer, appliquer des consignes (C_2)*
- *modéliser, conjecturer, raisonner et démontrer (C_3)*
- *argumenter et présenter les résultats à l'aide d'un langage adapté (C_4).*

L'essentiel de l'épreuve évalue ces capacités.»

« Un des exercices au moins a pour objet une tâche non guidée exigeant une prise d'initiative de la part du candidat. »

« L'évaluation doit prendre en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction scientifique. Les solutions exactes, même justifiées de manière incomplète, comme la mise en œuvre d'idées pertinentes, même maladroitement formulées, seront valorisées lors de la correction. Doivent aussi être pris en compte les essais, les démarches engagées, même non aboutis. »

« L'épreuve est notée sur 40 points. Chaque exercice est noté entre 3 et 8 points, le total étant 36 points. »

« 4 points sont réservés à la maitrise de la langue. »

➢ **Le sujet de juin 2013 (métropole)**

Sept exercices le composaient. Trois d'entre eux (exercices 1, 2 et 4) et la troisième affirmation de l'exercice 7 étaient posés **en contexte mathématique**. Les autres relevaient de **contextes concrets**.

Les quatre grands champs des programmes de mathématiques de collège étaient évalués.

- Organisation et gestion de données, fonctions : exercices 1, 2, 3, 5, 7. Suivant les exercices, la notion de fonction, les statistiques, la notion de probabilité, la proportionnalité et son utilisation, le repérage …étaient en jeu.
- nombres et calculs : exercices 2, 3, 4, 5, 6, 7. Suivant les exercices, calcul numérique mettant en jeu des entiers, des décimaux, des fractions, des pourcentages et calcul littéral.
- géométrie : exercices 4, 6. Suivant les exercices et la stratégie choisie par les candidats, la trigonométrie, la relation liant angle au centre et angle inscrit, la caractérisation des points d'un cercle de diamètre connu, la valeur remarquable de la somme des angles d'un triangle, les propriétés des polygones réguliers, le théorème de Thalès…étaient en jeu.
- grandeurs et mesures : des grandeurs étaient en jeu dans les exercices 1, 3, 4, 5, 6 ; la capacité « calculer un volume » intervenait dans l'exercice 6.

La forme des exercices était variée : lectures graphiques (exercice 1) ; exercice exploitant une feuille de calcul de tableur (exercice 2) ; questions indépendantes s'appuyant sur des données statistiques sur une série de salaires (exercice 3) ; question unique à traiter à partir d'une figure codée (exercice 4) ; questions indépendantes (dont la première pouvant être considérée comme une tâche complexe) s'appuyant sur des données nombreuses et de formes diverses (exercice 5) ; trois questions dont deux non guidées s'appuyant sur des données concrètes et une modélisation fournie (exercice 6) ; vrai/faux avec justifications (exercice 7).

Les quatre compétences de la résolution de problèmes étaient évaluées. Une prise d'initiative était à plusieurs reprises attendue des candidats.

	Compétence C_1	Compétence C_2	Compétence C_3	Compétence C_4	Prise d'initiative
Exercice 1	Toutes les questions.				
Exercice 2	Question1)	Question 2).	Questions 3) et 4). (*Raisonner*)		
Exercice 3	Toutes les questions.	Questions 1), 2)	Questions 3) et 4). (*Raisonner et démontrer*)	Questions 3) et 4)	Question 3)
Exercice 4	La question pour les trois figures	La question pour les trois figures	La question pour les trois figures	La question pour les trois figures	La question pour les trois figures
Exercice 5	Toutes les questions.	Question 1)	Questions 1) et 3). (*Raisonner*)	Question 1)	Question 1)
Exercice 6	Question 1)b)	Questions1)a), 1)b), 2)	Questions 1)a) et 2).		Question 2)
Exercice 7		Affirmations 1, 2, 3.	Affirmations 1, 2		Les trois affirmations.

- **Evaluation**

Pour la première année, les consignes de correction et la répartition des points du barème, tout en s'appuyant sur l'examen de copies d'élèves de sorte à être adaptées à la réalité des productions des élèves, étaient nationales.

L'attendu se limitait parfois à la réponse (exercices 1 et 2 notamment).
Les capacités évaluées étaient assez souvent identifiées. Des critères de réussite étaient précisés dans les exercices complexes. Des valorisations partielles étaient prévues. Différentes démarches possibles étaient indiquées, sans prétention d'exhaustivité.
L'exercice 5 (tâche complexe) était évalué d'une part en lien avec les compétences C1, C2, C3 et C4, d'autre part en lien avec les résultats obtenus. Une double lecture de la production des candidats sur cet exercice difficile a ainsi été demandée aux correcteurs.

Les consignes pouvaient ainsi aboutir à attribuer la totalité des points d'un exercice à un candidat même si toutes les réponses aux questions posées n'étaient pas exactes.

On attendait une argumentation claire mais pas de forme spécifique, y compris en géométrie.

A partir des relevés demandés aux correcteurs sur les dix premières copies corrigées, on obtient les estimations de moyennes suivantes :

	EX 1 4 points	EX 2 4 points	EX 3 6 points	EX 4 5 points	EX 5 7 points	EX 6 5,5 points	EX 7 4,5 points
Moyenne	3,47	1,92	3,81	2,17	3,93	2,21	1,36

Les 4 points de la maîtrise de la langue ont été associés à **des éléments de validation** relevant de **l'orthographe et de la grammaire** (pour 2 points) et de **la rédaction** (pour 2 points).
Il était demandé aux correcteurs d'attribuer ces points si ces éléments étaient **observables de manière significative** et **présents de façon majoritaire**.
Il était rappelé que cela pourrait être le cas dans certaines copies au contenu limité en quantité.
En moyenne, **3 points sur 4** ont été attribués dans l'académie (estimation) **pour la maîtrise de la langue.**

Au total, l'échantillon de 4103 copies dont les notes partielles intermédiaires ont été relevées mène à l'estimation de la moyenne des candidats de l'académie (avant délibération du jury) : **21,8 sur 40**.

Les résultats académiques définitifs sont les suivants: (* : « exclu »)

DEPARTEMENT	INSCRITS	PRESENTS	MOY.	note 0 à 1*	note 1 à 2*	note 2 à 3*	note 3 à 4*	note 4 à 5*	note 5 à 6*	note 6 à 7*
009 ARIEGE	1529	1504	**9,56**	16	38	45	62	75	101	115
012 AVEYRON	2640	2625	**10,8**	9	28	46	50	92	121	137
031 HAUTE GARONNE	12780	12573	**11,15**	134	200	231	338	443	527	625
032 GERS	1913	1892	**10,74**	11	22	37	55	67	89	100
046 LOT	1616	1594	**10,11**	16	25	52	58	65	86	110
065 HAUTES PYRENEES	2236	2204	**10,05**	22	35	60	66	96	148	152
081 TARN	3701	3669	**10,73**	25	56	45	91	128	171	213
082 TARN ET GARONNE	2606	2551	**10,16**	32	60	72	84	107	125	183
TOTAL	29021	28612	**10,72**	265	464	588	804	1073	1368	1635

note 7 à 8*	note 8 à 9*	note 9 à 10*	note 10 à 11*	note 11 à 12*	note 12 à 13*	note 13 à 14*	note 14 à 15*	note 15 à 16*	note 16 à 17*	note 17 à 18*	note 18 à 19*	note 19 à 20*
126	106	111	120	96	97	100	89	71	64	29	32	11
164	185	217	247	226	224	218	204	156	118	84	60	39
705	771	748	924	955	985	951	924	865	842	644	465	295
137	144	129	164	150	124	142	157	111	90	74	54	35
111	114	130	111	113	123	110	96	92	77	53	31	21
162	142	169	174	191	137	164	139	114	92	67	55	19
257	253	286	295	320	286	286	233	249	188	140	101	46
167	188	191	192	155	178	212	159	146	128	90	42	40
1829	1903	1981	2227	2206	2154	2183	2001	1804	1599	1181	840	506

La moyenne académique est de 10,72.
Premier quartile compris entre 7 et 8 ; médiane 11 ; troisième quartile 14.
On remarque que 58,4% des notes sont supérieures ou égales à 10.

- **A propos des brevets blancs**

Les épreuves de brevet blanc aboutissent parfois à l'attribution aux élèves de notes dont les moyennes, pour un collège donné, sont basses, voire très basses, alors même que, lors de l'épreuve du DNB, les élèves de ce collège obtiennent régulièrement des notes en moyenne correctes voire assez bonnes.

Composer un sujet de brevet blanc à l'aide d'exercices tirés de sujets de brevets récents, ou d'exercices conçus « dans l'esprit » de sujets de brevets récents est nécessaire et souvent fait dans les établissements.
Mais il faut veiller à corriger aussi les productions des élèves dans l'esprit dans lequel est corrigé le brevet :

- consignes de correction (et non barème brut) élaborées ou modifiées après examen d'un échantillon représentatif de copies et, de ce fait, adaptées à la réalité de ce qu'ont pu faire les élèves,
- valorisation importante des réponses inachevées ou partiellement correctes, prise en compte des compétences montrées …etc.

Par ailleurs, comme pour le brevet, le sujet des brevets blancs doit *« permettre à la plupart des candidats d'achever l'épreuve dans le temps imparti »*.
Or, l'entrainement et la maturité des élèves sont moins importants à la date des brevets blancs (avril souvent, février ou mars parfois) qu'en fin d'année scolaire. Il faut en tenir compte dans l'estimation du temps nécessaire aux élèves pour traiter le sujet envisagé, dans la définition des critères de réussite et dans l'évaluation.

- **Relevé d'acquis**

Sous l'impulsion de l'Inspection Générale de mathématiques, quatre relevés d'acquis ont été réalisés à l'occasion de l'épreuve de mathématiques du DNB 2013, série collège, par toutes les académies.
Les correcteurs de l'épreuve, dans l'académie de Toulouse, ont effectué ces relevés sur les dix premières copies qu'ils ont corrigées.

Acquis A : utilisation du tableur, question 4 de l'exercice 2.
Démarche correcte : traduction d'une formule algébrique donnée par une formule tableur qui montre la compréhension de l'adressage relatif avec non oubli du symbole « = ».
Démarche incomplète : traduction d'une formule algébrique donnée par une formule tableur qui montre la compréhension de l'adressage relatif avec oubli du symbole « = ».
Démarche incorrecte : proposition d'une formule dont la recopie ne donne pas le résultat attendu.

	Démarche correcte	Démarche incomplète	Démarche incorrecte	Question non abordée
Académie de Toulouse	13,5%	7,9%	33,9%	44,6%
Métropole	12,2%	6,8%	34,7%	46,4%

Les résultats sont très décevants, dans l'académie de Toulouse comme dans les autres académies. Le fort pourcentage de « question non abordée » suggère un manque de confiance des élèves dans leur capacité à écrire une formule tableur, peut-être à relier à un manque de pratique. Cette pratique est à développer et renforcer. Outre son intérêt intrinsèque, elle contribue à donner du sens à la lettre et à la notion de variable d'une fonction.
RQ : Au-delà du relevé des acquis, les consignes de correction nationales demandaient de ne pas pénaliser l'oubli du signe « = » ou des erreurs relevant de la syntaxe du tableur (ex : « B1² » au lieu de « B1^2 »).

Acquis B : compréhension de deux paramètres statistiques (médiane ou étendue) dans le cadre d'une question ouverte (questions 3 et 4 de l'exercice 3).
Démarche correcte : avoir obtenu 3 400 € en réponse à la question 3 ET avoir indiqué que 10 hommes ont un salaire supérieur à 2 000€ dans la résolution de la question 4.
Démarche incomplète : avoir obtenu 3 400 € en réponse à la question 3 OU avoir indiqué que 10 hommes ont un salaire supérieur à 2 000€ dans la résolution de la question 4.

	Démarche correcte	Démarche incomplète	Démarche incorrecte	Question non abordée
Académie de Toulouse	36,1%	28,9%	24,5%	10,5%
Métropole	32,2%	25,2%	28,6%	14,1%

Les pourcentages de réussite totale ou partielle aux questions ouvertes et à prise d'initiative 3 et 4 de l'exercice ainsi que le faible pourcentage de « non réponse » sont encourageants.

Acquis C : Extraire l'information utile, questions 1 et 2 de l'exercice 5.
Démarche correcte : avoir pris en compte correctement **trois au moins** des éléments suivants : la charge transportable, la consommation, la masse totale des parpaings, les tarifs, la distance maison magasin
Démarche incomplète : avoir pris en compte deux des éléments ci-dessus.

	Démarche correcte	Démarche incomplète	Démarche incorrecte	Question non abordée
Académie de Toulouse	54,8%	22,6%	13,8%	8,8%
Métropole	39,3%	27,3%	20,5%	12,9%

Les résultats sont encourageants, tout particulièrement pour notre académie.
Les critères de « démarche correcte » et « démarche incomplète » se démarquent nettement ici de la réussite des questions considérées et valorisent les candidats qui s'engagent, qui essaient.

Acquis D : Elaborer une stratégie de résolution, questions 1 et 2 de l'exercice 5.
Démarche correcte : avoir montré trois éléments au moins parmi : prendre en compte la masse dans la question 1), prendre en compte la contrainte « volume » ou la contrainte « rangement » dans la question 1), avoir fait preuve d'esprit critique, avoir montré la maitrise du sens des opérations, avoir is en place une stratégie de calcul du cout (sans exigence du cout minimal)
Démarche incomplète : avoir montré deux des éléments ci-dessus.

	Démarche correcte	Démarche incomplète	Démarche incorrecte	Question non abordée
Académie de Toulouse	54,8%	22,6%	13,8%	8,8%
Métropole	39,3%	27,3%	20,5%	12,9%

Mêmes remarques que pour l'acquis C.

- **A propos de la correction de l'épreuve dans l'académie de Toulouse :**

Depuis quelques années, la correction est coordonnée au niveau académique et non au niveau départemental. Pour la session 2013, 604 professeurs, répartis dans 50 centres de correction, ont corrigé les copies des 28 612 candidats de la série générale présents.

Une harmonisation de la correction est organisée pour garantir l'équité de l'évaluation des candidats. A cet effet, dans chaque centre de correction, un professeur est désigné par l'inspection pédagogique régionale pour présenter les consignes aux correcteurs, organiser les échanges permettant une compréhension commune de ces consignes dans le centre mais aussi sur le territoire académique, coordonner la nécessaire harmonisation de la correction en lien avec l'examen des premières copies. A ce professeur, qui est le coordonnateur de la correction sur le centre, il est également demandé :
- de faire les moyennes, par exercice, des notes attribuées par les correcteurs du centre aux premières copies corrigées, de totaliser, pour le centre, les relevés d'acquis demandés par l'inspection puis de transmettre ces données aux membres de la commission d'harmonisation académique,
- de relayer auprès des correcteurs du centre, en début d'après midi de la première journée de correction, un bilan académique des notes et relevés transmis accompagné éventuellement de recommandations de la commission d'harmonisation et de l'inspection.

Chaque correcteur se voit attribuer environ 60 copies à corriger en présentiel, sur deux jours, pris sur le temps scolaire, durant lesquels il est déchargé de cours et de présence dans son établissement. Le coordonnateur du centre ne corrige qu'une trentaine de copies en contre partie des tâches de coordination qui lui sont demandées.

Chaque année, des protestations sont transmises à l'inspection concernant le nombre de copies qui serait trop lourd. Des suggestions sont faites, par exemple convoquer tous les professeurs ou davantage de professeurs sur un jour seulement. Elles ne sont pas réalisables pour différentes raisons et notamment
- le coût des déplacements,
- la pertinence et l'efficacité de la correction et de l'harmonisation,
- la nécessaire présence d'enseignants dans les établissements scolaires, devant les élèves, pendant la période de correction.

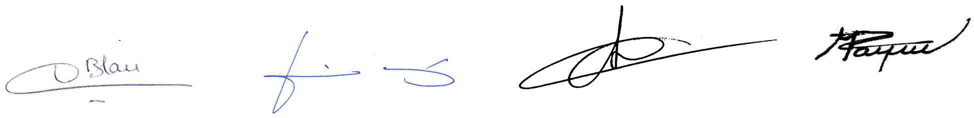
Un malentendu persiste sur le temps alloué pour la correction. Deux journées sont prévues à cet effet, comme pour les corrections sur site d’autres épreuves d’examen (certaines séries du baccalauréat, les BTS), **ce qui implique que les correcteurs ne se fixent pas l’objectif de finir à la fin de la première journée.**

Il est attendu des correcteurs :

- qu’ils consacrent la matinée de la première journée **à s’approprier** les consignes de correction et le barème de façon harmonisée avec les autres correcteurs du centre et de l’académie, à mettre à l’épreuve cette appropriation en corrigeant les premières copies et en effectuant sur celles-ci les relevés d’acquis,
- qu’ils poursuivent ensuite, chacun à son rythme, la correction. Corriger une vingtaine de copies de brevet par demi journée, à partir de l’après midi du premier jour de correction, d’une part semble pouvoir être raisonnablement attendu et d’autre part induit un temps de correction garantissant la qualité de celle-ci.
- qu’ils rentrent leurs notes sur le serveur prévu à cet effet. Cette tâche relève, pour tous les examens, de la responsabilité des correcteurs.

Par ailleurs, les services académiques ont pris l’engagement de s’efforcer de « faire tourner » la charge de correction, ce à quoi nous sommes attentifs, sous réserve de contraintes géographiques qui rendent parfois cela difficile.

Les IA-IPR de mathématiques



Danielle BLAU | Eric CONGE | Alain NEVADO | Martine RAYNAL ministère éducation nationale

éduscol

Liberté • Égalité • Fraternité
République Française

Mathématiques

Ressources pour le lycée général et technologique

Les compétences mathématiques au lycée

La formation mathématique au lycée général et technologique vise deux objectifs :

- L'acquisition de connaissances et de méthodes nécessaires à chaque élève pour construire son avenir personnel, professionnel et citoyen, et préparer la poursuite d'études supérieures.
- Le développement de compétences transversales (autonomie, prise d'initiative, adaptabilité, créativité, rigueur…) et de compétences spécifiques aux mathématiques, explicitées ci-dessous.

Compétences

Chercher

Analyser un problème.

Extraire, organiser et traiter l'information utile.

Observer, s'engager dans une démarche, expérimenter en utilisant éventuellement des outils logiciels, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, reformuler un problème, émettre une conjecture.

Valider, corriger une démarche, ou en adopter une nouvelle.

Modéliser

Traduire en langage mathématique une situation réelle (à l'aide d'équations, de suites, de fonctions, de configurations géométriques, de graphes, de lois de probabilité, d'outils statistiques …).

Utiliser, comprendre, élaborer une simulation numérique ou géométrique prenant appui sur la modélisation et utilisant un logiciel.

Valider ou invalider un modèle.

Représenter

Choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique…) adapté pour traiter un problème ou pour représenter un objet mathématique.

Passer d'un mode de représentation à un autre.

Changer de registre.

MEN/DGESCO-IGEN Novembre 2013

http://eduscol.education.fr/ressources-maths

Calculer

Effectuer un calcul automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel).

Mettre en œuvre des algorithmes simples.

Exercer l'intelligence du calcul : organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, choisir des transformations, effectuer des simplifications.

Contrôler les calculs (au moyen d'ordres de grandeur, de considérations de signe ou d'encadrement).

Raisonner

Utiliser les notions de la logique élémentaire (conditions nécessaires ou suffisantes, équivalences, connecteurs) pour bâtir un raisonnement.

Différencier le statut des énoncés mis en jeu : définition, propriété, théorème démontré, théorème admis…

Utiliser différents types de raisonnement (par analyse et synthèse, par équivalence, par disjonction de cas, par l'absurde, par contraposée, par récurrence…).

Effectuer des inférences (inductives, déductives) pour obtenir de nouveaux résultats, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture, prendre une décision.

Communiquer

Opérer la conversion entre le langage naturel et le langage symbolique formel.

Développer une argumentation mathématique correcte à l'écrit ou à l'oral.

Critiquer une démarche ou un résultat.

S'exprimer avec clarté et précision à l'oral et à l'écrit.

Cadre de mise en œuvre

La résolution de problèmes est un cadre privilégié pour développer, mobiliser et combiner plusieurs de ces compétences. Cependant, pour prendre des initiatives, imaginer des pistes de solution et s'y engager sans s'égarer, l'élève doit disposer d'automatismes. En effet, ceux-ci facilitent le travail intellectuel en libérant l'esprit des soucis de mise en œuvre technique et élargissent le champ des démarches susceptibles d'être engagées. L'installation de ces réflexes nécessite la mise en œuvre directe, sur des exercices aux objectifs circonscrits, de procédures de base liées à chacune de ces compétences. Il n'y a pas d'ordre chronologique imposé entre l'entraînement sur des exercices et la résolution de problèmes. Cette dernière peut en effet révéler le besoin de s'exercer sur des tâches simples, d'ordre procédural, et motiver ainsi la nécessité de s'y engager.

Les commissions d'élaboration de sujets peuvent se référer à ces compétences afin que les exercices et questions proposés les mobilisent de façon équilibrée et permettent de les observer.

Les compétences que l'enseignement des mathématiques a pour objectif de développer, du collège au lycée.

I - La formation des élèves, en mathématiques, au collège comme au lycée, a pour objectifs d'apporter de nouvelles connaissances et de nouveaux savoir faire et de développer des compétences.

Quelques repères :

- **Premier domaine de la compétence 3 du socle commun de connaissances et de compétences (**« Pratiquer une démarche scientifique et technologique, résoudre des problèmes »)

- Rechercher, extraire et organiser l'information utile.
- Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.
- Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer.
- Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.

- **Objectif général du programme de seconde : (BO n°30 du 23 juillet 2009)**

« L'objectif de ce programme est de former les élèves à la démarche scientifique sous toutes ses formes pour les rendre capables de :

- modéliser et s'engager dans une activité de recherche,
- conduire un raisonnement, une démonstration,
- pratiquer une activité expérimentale ou algorithmique,
- faire une analyse critique d'un résultat, d'une démarche,
- pratiquer une lecture active de l'information (critique, traitement), en privilégiant les changements de registre (…),
- utiliser les outils logiciels (ordinateur ou calculatrice) adaptés à la résolution d'un problème,
- communiquer à l'écrit et à l'oral. »

- **Objectif général des programmes de première et terminale (ES, L, S, STI2D, STL)**

« Outre l'apport de nouvelles connaissances, le programme vise le développement des compétences suivantes :

- mettre en œuvre une recherche de façon autonome,
- mener des raisonnements,
- avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus,
- communiquer à l'écrit et à l'oral. »

Le livret scolaire à renseigner en première et terminale ES, L, S, STD2A, STI2D et STL (BO spécial n°3 du 22 mars 2012) demande, outre les moyennes trimestrielles**, une évaluation du niveau de maitrise** (1- non maitrisée, 2- insuffisamment maitrisée, 3- maitrisée, 4- très bien maitrisée) **des compétences attendues en référence aux programmes d'enseignement.**
En mathématiques ces compétences sont, dans toutes les séries concernées :

- Maîtriser les connaissances exigibles.
- Mettre en œuvre une recherche de façon autonome.
- Mener des raisonnements.
- Avoir une attitude critique.
- Utiliser les outils logiciels pour résoudre des problèmes de mathématiques.
- Communiquer à l'écrit et à l'oral.

II- Les épreuves certificatives de mathématiques (DNB, baccalauréat, BTS) évaluent la maitrise terminale de ces compétences.

Quelques repères :

- **Epreuve de mathématiques du DNB (BO n°13 du 29 mars 2012)**

« L'ensemble du sujet doit **préserver un équilibre entre les quatre premiers items** de la compétence trois du socle commun de connaissances et de compétences **appliqués à l'activité de résolution d'un problème mathématique :**

- rechercher, extraire et organiser l'information utile,
- mesurer, calculer, appliquer des consignes,
- modéliser, conjecturer, raisonner et démontrer,
- argumenter et présenter les résultats à l'aide d'un langage adapté.

L'essentiel de l'épreuve évalue ces capacités. »

➢ **Epreuve de mathématiques du bac ES, L, S, STI2D, STL :**

« Objectifs de l'épreuve :
L'épreuve est destinée à évaluer la façon dont les candidats ont atteint les grands objectifs de formation mathématique visés par le programme de la série :

- acquérir des connaissances et les organiser,
- mettre en œuvre une recherche de façon autonome,
- mener des raisonnements,
- avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus,
- communiquer à l'écrit. »

RQ : On trouve des formes voisines pour définir les objectifs de l'épreuve en ST2S et STG (textes antérieurs). Ceux de la série STD2A sont plus spécifiques.

➢ **Les grilles d'évaluation des capacités et compétences en BTS** (utiles pour le contrôle continu et pour le CCF)

On y trouve les capacités et compétences suivantes :

- maitriser les connaissances figurant au programme de mathématiques,
- employer des sources d'information,
- trouver une stratégie adaptée à un problème,
- mettre en œuvre une stratégie,
- communiquer à l'écrit et à l'oral.

➢ **Sous-épreuve de mathématiques au BTS** (toutes spécialités comportant une épreuve de mathématique)

La sous-épreuve de mathématiques a pour objectif d'évaluer :

- la solidité des connaissances et des compétences des étudiants et leur capacité à les mobiliser dans des situations variées ;
- leurs capacités d'investigation ou de prise d'initiative, s'appuyant notamment sur l'utilisation de la calculatrice ou de logiciels ;
- leur aptitude au raisonnement et leur capacité à analyser correctement un problème, à justifier les résultats obtenus et à apprécier leur portée ;
- leurs qualités d'expression écrite et/ou orale.

III- Commentaires :

➢ Les compétences que l'enseignement des mathématiques a vocation à développer, au collège comme au lycée, sont très proches.

→ **Outils de liaison d'une année à l'autre et du collège au lycée**.

➢ Pour une compétence donnée, les niveaux de maitrise sont bien sûr différents selon l'année considérée du cursus de l'élève et, au lycée, selon la série.

→ Il est intéressant, en début d'année scolaire n,
. de s'interroger sur le niveau de maitrise « cible » de ces compétences pour l'année n -1 et pour l'année n,
. d'estimer le niveau réel de maitrise des élèves accueillis,
. d'organiser une montée en puissance progressive vers le niveau cible de l'année n.

➢ Le développement de ces compétences passe par **des modalités de travail en classe choisies et organisées pour cela.**

➢ Les élèves seront évalués à l'examen selon leur maitrise de ces compétences.

→ **Ils doivent en être informés** :
. dans un souci de transparence,
. pour disposer des leviers de motivation et de mise au travail correspondants.

→ Ils doivent être **régulièrement positionnés par rapport à leur maitrise de ces compétences**.
Il y a donc un impact sur la construction des évaluations.

Démonstration sur un exemple générique : égalité des quotients

Montrons que : $\frac{4}{3}=\frac{4\times k}{3\times k}$ pour tout nombre k non nul.

Par définition du quotient :

$\frac{4}{3}$ *est le nombre qui , lorsqu'il est mu* ltiplié par 3, donne 4.

$\frac{4\times k}{3\times k}$ *est le nombre qui , lorsqu'il est mu ltiplié* par 3×k, donne 4×k.

$(3\times k)\times\frac{4}{3}=k\times\left(3\times\frac{4}{3}\right)$ (propriété de la multiplication)

$=k\times 4$ (définition du quotient $4/3$)

$=4\times k$ (propriété de la multiplication)

Par définition du quotient $\frac{4\times k}{3\times k}$ (unicité : le) on en déduit que : $\frac{4}{3}=\frac{4\times k}{3\times k}$

Proposition d'élève : $\frac{4\times k}{3\times k}=\frac{4}{3}\times\frac{k}{k}=\frac{4}{3}\times 1=\frac{4}{3}$

<u>Atelier : Soustraction de deux nombres relatifs.</u>

1. <u>Dans le programme,</u> on peut lire : **il est établi que** soustraire un nombre c'est ajouter son opposé (page 13).
Quelle signification ?

- On démontre ?
- On montre et on admet ?
- On fait trouver ?
- …

Dictionnaire : Établir :

1. fixer, installer dans un lieu, une position (*établir son domicile à Paris*)
2. instituer, mettre en vigueur (*établir un règlement*)
3. rédiger, dresser (*établir une liste*)
4. faire commencer (*établir les contacts*)
5. FIG. démontrer la réalité de, prouver (*établir un fait*)

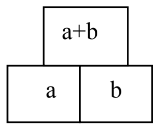
« Il est établi que » : forme passive impersonnelle au présent de l'indicatif à mettre en équivalence avec « la propriété est établie » ou « on établit que… »

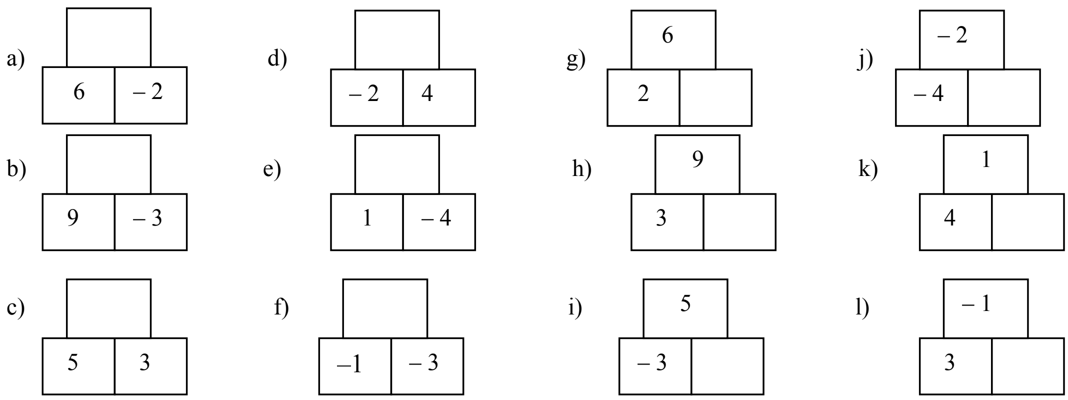
2. <u>La soustraction des nombres relatifs</u>
Dans cet atelier étaient proposées trois activités issues pour certaines de manuels de la classe de 5° (ancien programme).
<u>Objectif :</u> Donner du sens à des différences du type : (+3) – (+9) et (-3)- (+9) et (-3) – (-9) et conjecturer : « soustraire un nombre c'est ajouter son opposé »

NB : Les élèves connaissent la définition de la différence a-b pour a et b décimaux positifs et a > b (programme de 6°)

Activité 1

1°) Compléter les cases vides dans les pyramides suivantes, à l'aide du modèle suivant :





2°) A l'aide du 1°), écrire pour chaque pyramide l'opération dont le résultat est le nombre manquant.

a)
b)
c)
d)
e)
f)

g)
h)
i)
j)
k)
l)

3°) Que remarquez-vous ?

4°) En déduire une règle permettant de soustraire deux nombres relatifs

Activité 2

1) 1) Auguste est adopté par Jules César en – 45 alors qu'il a 18 ans. Plus tard Auguste succèdera à Jules César.
En quelle année est né Auguste ?

2) 2) Julia (– 39 ; 14) est la fille d'Auguste.
Elle se marie en – 25 avec Marcellus (– 41 ; – 23), et en – 22 avec Agrippa (– 63 ; – 12), puis en – 11 avec Tibère (– 42 ; 37).
   a) Quel est l'âge de Julia au moment de ses différents mariages ?
   b) Quel est l'âge de chacun de ses maris au moment du mariage ?

Activité 3

a) Lysiane a effectué correctement les soustractions suivantes :
(+ 12) – (– 7) = (+12) + (+7) = +19)
(+ 5) – (12) = (+5) + (– 12) = (– 7)
(– 8) – (– 10) = (– 8) + (+10) = (+2)
(– 2) – (8) = (– 2) + (– 8) = (– 10)
Effectuer de même les soustractions suivantes :
A = (– 6) – (– 7)
B = (+ 12) – (– 4)
C = (– 3) – (+ 15)
Vérifier ces résultats avec une calculatrice.

b) A partir du travail précédent, rédiger une méthode pour soustraire un nombre relatif.

Activité 1	Activité 2	Activité 3
Objectifs : 1. Donner du sens à la notion de différence de deux relatifs 2. Faire découvrir : « soustraire un nombre c'est ajouter son opposé » **En positif** : 1. Nombres familiers aux élèves. 2. Situation simple qui permet une entrée rapide par les élèves. 3. Tous les cas possibles vont apparaître. 4. Permet de faire apparaître assez facilement : a-b est le nombre qu'il faut ajouter à b pour trouver a. 5. Ce sera plus difficile de faire émerger l'objectif 2. **En négatif :** 1. Pas de situation pour ancrer le sens de la différence, cela peut être utile pour certains élèves 2. Les nombres sont écrits sans parenthèses et les positifs sans le signe « + ». 3. Formulation de la question 2. **A améliorer :** 1. Proposer une situation conduisant à calculer ces différences (c'est facile avec des températures). 2. Reformuler la 2ème question ou l'expliciter oralement avec les élèves. 3. Utiliser des parenthèses et les signes « + » des positifs. 4. Ajouter à la fin une pyramide avec des décimaux et du type i) ou j). **Synthèse** : Cette activité paraît pertinente si on la modifie en prenant en compte les améliorations ci-dessus. Elle permet donc à l'élève et à la classe un véritable travail de recherche.	**Objectifs** : Donner du sens à la notion de différence en proposant des situations qui peuvent conduire à des écritures de type a-b **En positif :** 1. Donne du sens à la différence a – b avec a>b et a et b tous deux négatifs 2. Travail sur l'ordre des relatifs (mais est-ce un objectif à viser lors de cette séance ?) **En négatif :** 1. Tel qu'il est proposé l'exercice est très complexe de par la quantité de dates et leur écriture. De plus les différences proposées sont de même type (un négatif – un négatif plus petit) (ex :-25-(-39)). 2. Des difficultés de représentation de tous ces nombres dans une même graduation. Il faut pouvoir placer –41 et aussi +37. Pour les élèves les moins à l'aise cet intervalle est trop large. On pourrait se contenter de ne tenir compte que de l'ordre mais c'est encore une démarche un peu abstraite. 3. Il n'est pas du tout évident que cet exercice permette aux élèves de conjecturer « soustraire un relatif c'est ajouter son opposé ». **A améliorer :** Prendre une situation moins complexe et une forme de rédaction moins synthétique. **Synthèse** : Cette activité ne paraît pas être une activité de découverte. Par contre elle pourrait faire l'objet d'un exercice d'application en DM ou en classe.	**Objectifs** : faire découvrir aux élèves que : « soustraire un nombre c'est ajouter son opposé » **En positif :** 1. Tous les cas possibles sont envisagés. 2. Les nombres choisis sont familiers aux élèves. **En négatif :** 1. Ne donne pas du sens à la notion de différence 2. « Soustraire un nombre c'est ajouter son opposé » est imposé à l'élève, n'apparaît comme réponse à un problème, donc ne prend pas sens. Un peu magique ! 3. Risque d'appliquer la loi n'importe comment avec un théorème élève du genre « je change tous les signes » **A améliorer :** **Synthèse** : L'activité élève est réduite à du mimétisme avec peu de raisonnement.

Conclusions :
1. Comme pour toute activité, le scénario prévu sur le papier ne suffit pas et la gestion en classe est déterminante.
2. Ces activités ne répondent pas totalement à la demande du programme « il est établit que… » mais la 1ère permet de conjecturer la règle et d’aboutir progressivement à une démonstration.

2. <u>Quelques idées de calcul mental</u>

NB : les propositions suivantes sont des suggestions, les énoncés définitifs restent à écrire.

1. **Objectif : ancrer « soustraire un relatif c’est ajouter son opposé »**

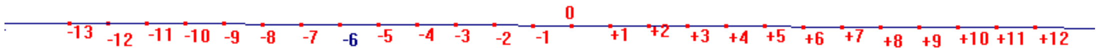
➢ Les résultats suivants sont projetés au tableau :

(-9) + (-3) = (-12)	(+15) + (-7) = (+8)
(-9) + (+3) = (-6)	(+15) + (+7) = (+22)
(+9) + (-3) = (+6)	(-15) + (-7) =(-22)
(+9) + (+3) = (+12)	(-15) + (+7) = (-8)

➢ On demande aux élèves de donner le résultat de :
(-9) - (-3)
(+15) - (-7)
(-9) - (-3) etc.

➢ La projection des sommes utiles est une sollicitation forte pour l’élève à utiliser cette procédure
➢ Le choix des items va obliger l’élève à devoir repérer la somme utile, la répétition en un nombre suffisant (lors d’une même séance et en plusieurs séances) va favoriser l’ancrage du processus et son automatisation
➢ L’élève est libéré de toute activité de calcul, il se concentre uniquement sur la procédure
➢ On peut adapter l’évaluation pour réduire les réponses au hasard

2. **Projeter la droite graduée ci-dessous :**



et demander le résultat de :

(+8) – (+12)	(+2) – (+6)
(+8) – (-2)	(-10) – (+3)
(-9) – (-4)	(-9) – (+9)

➢ Le support visuel de la droite graduée permet le recours à plusieurs stratégies, et en particulier les élèves peuvent déterminer par comptage le nombre qu’il faut ajouter à –2 pour trouver +8 , donc on consolide et on donne sens à la notion de différence, on stimule la création d’ une représentation mentale. En jouant sur la taille ou la nature des nombres (en particulier on peut introduire des nombres à virgule) on va essayer d’amener les élèves à abandonner ce support visuel.
➢ Lors de la correction une mise en commun des stratégies permettra de faire le lien avec « soustraire c’est ajouter l’opposé »

3. **Objectif : automatiser**

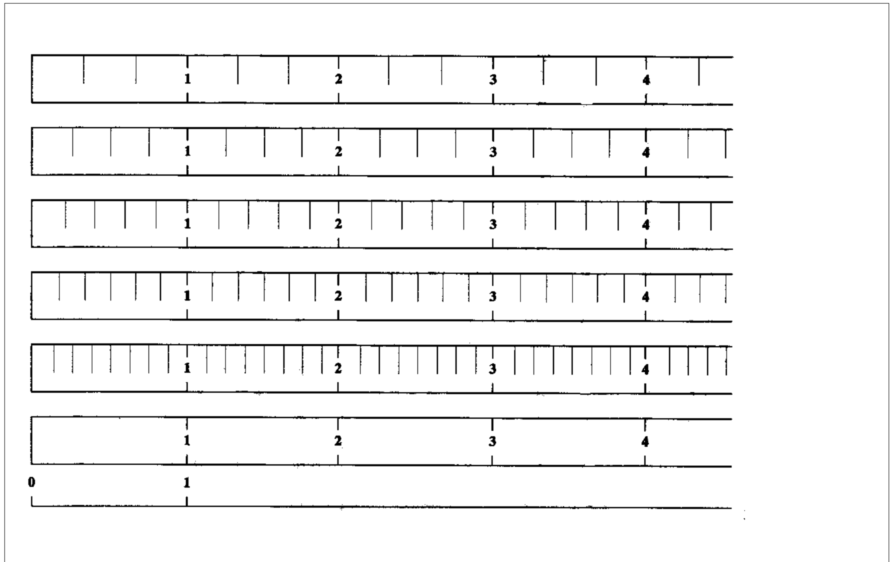
➢ Des items de type (+12) –(+3), etc.
➢ ou de type : trouver le nombre tel que (+4) – …….. = (-1), etc.
➢ On peut aussi utiliser la présentation en pyramide
➢ Ces travaux peuvent être utilisés dans un premier temps pour tous les élèves, mais ils peuvent ensuite servir de supports pour des situations d’aide.
➢ Dans ce cas la place faite à la mise en commun des stratégies utilisées sera beaucoup plus importante.
➢ Autre suggestion pour des situations d’aide :
- Demander une illustration de différences données (par exemple : construire un énoncé dont la solution sera donnée par le calcul de (+8) – (+15), etc.
- Demander des couples de nombres dont la différence est –3 par exemple.

➢ Dans tous les cas c’est la place donnée aux échanges qui va être déterminante.

Égalités de fractions $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$ — Quelques propositions d'activités dans les manuels

I- D'après ERMEL 5°, INRP 1993

1) Travail à la maison : on donne les nombres 3; 4; 6; 12. Trouver toutes les fractions qu l'on peut écrire en n'utilisant que ces nombres comme numérateurs et dénominateurs. Indiquer, parmi ces fractions obtenues, celles qui sont plus grandes que $\frac{4}{6}$.
2) Séance suivante:
   a) correction du travail à la maison. La liste de fractions trouvées par les élèves est complétée s'il y a lieu.
   b) Il s'agit , en conjecturant et en utilisant une représentation géométrique des fractions de retrouver les résultats du cours de 6° relatifs aux quotients et à leurs écritures fractionnaires.
   Matériel : bandes graduées et calculatrices.



On demande d'abord aux élèves de conjecturer . Parmi les seize fractions précédentes, certaines sont égales à des entiers. Lesquelles ? D'autres sont égales entre elles. Lesquelles ? Ensuite, on leur demande de placer les seize fractions sur les bandes graduées en tiers, quarts, sixièmes. Ils peuvent utiliser la bande vierge et la graduer en douzièmes. Enfin, ils placent toutes fractions sur la demi-droite graduée.
Les confrontations et la mise en commun permettent d'exhiber les règles suivantes:
$\frac{a}{a} = 1$; $\frac{k \times a}{a} = k$; $\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$ et $\frac{a : k}{b : k} = \frac{a}{b}$.
La règle d'égalité des fractions pourra être énoncée « en acte »:

« Pour trouver une fraction égale à une fraction donnée, on peut multiplier son numérateur et son dénominateur par un même nombre ; on peut également les diviser par un même nombre ».
Réinvestissement: Place les fractions suivantes sur la demi-droite graduée de la feuille polycopiée:
$\frac{24}{48}$; $\frac{6}{8}$; $\frac{12}{24}$; $\frac{15}{20}$; $\frac{12}{48}$; $\frac{12}{9}$; $\frac{12}{18}$; $\frac{96}{48}$; $\frac{100}{24}$.

II- D'après Triangle 5°; Hatier 2001

Écritures fractionnaires

Objectif 1

■ Obstacle 1 :
Trait et virgule.
Avant de corriger cette activité, on pourra demander à l'élève de vérifier la cohérence des réponses aux questions **a/** et **b/**.

1. Fleurs en mélange

a/ Quelles sont les variétés de fleurs dont les bulbes ont le même diamètre ?

b/ Quelles sont les variétés dont les bulbes ont un diamètre plus grand que 1 cm ? plus petit que 1 cm ?

Variété	Diamètre moyen du bulbe (en cm)
Jacinthe	4,5
Anémone	$\frac{4}{5}$
Glaïeul	$\frac{15}{4}$
Lis	$\frac{45}{10}$
Iris	2,5
Renoncule	0,8

Objectif 2

■ Obstacle 4 :
Simplification abusive.

2. Ne passons pas à côté des fractions simplifiées !

> *exercices 1 à 6 p. 29*

a/ En deux minutes, trouver le plus possible de fractions égales à 0,25.

b/ Les égalités ci-dessous sont-elles vraies ?

(1) $\frac{6}{18} = 3$; (2) $\frac{6}{18} = \frac{2}{6}$; (3) $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$;

(4) $\frac{6}{18} = \frac{6+2}{18 \cdot 2}$; (5) $\frac{6}{18} = \frac{6 \times 2}{18 \times 2}$; (6) $\frac{6}{18} = \frac{61}{181}$.

c/ Énoncer une règle qui permet d'obtenir une fraction égale à une fraction donnée.

III- D'après Le nouveau Pythagore 5°; Hatier 1997

RÉVISION ACTIVE

A. A partir de dessins

1. *Regarder les dessins et compléter.*

$\frac{2}{3} = \frac{\dots}{6} = \frac{\dots}{9} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

2. *Compléter :* $\frac{2}{3} = \frac{2 \times \dots}{3 \times 2} = \frac{2 \times \dots}{3 \times \dots} = \frac{\dots \times 4}{\dots \times 4} = \frac{2 \times \dots}{\dots \times 5}$

B. En effectuant des divisions

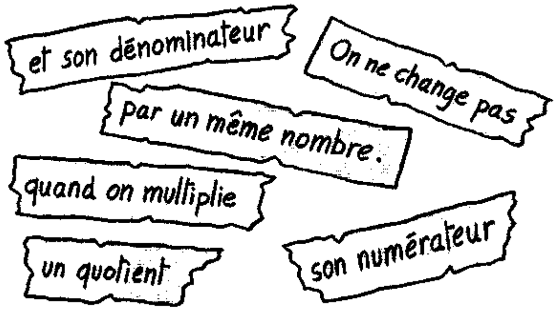
1. *Calculer les quotients suivants. Sont-ils égaux ?*

$a = \frac{30}{40}$ $\quad b = \frac{21}{28}$ $\quad c = \frac{333}{444}$ $\quad d = \frac{4{,}5}{6}$

2. *Compléter :* $a = \frac{3 \times \dots}{4 \times \dots}$ $\quad b = \frac{3 \times \dots}{4 \times \dots}$ $\quad c = \frac{\dots \times 111}{\dots \times 111}$ $\quad d = \frac{\dots \times 1{,}5}{4 \times \dots}$

C. La règle

Faire une phrase en ordonnant les morceaux suivants.



IV- D'après Dimathème 5°; Didier 2001

1 Fractions égales

1. Dans le collège de Roland, la durée des contrôles de mathématiques dépend du professeur.
Roland n'aime pas se presser et il voudrait bien avoir comme professeur celui qui laisse le plus de temps !
Pour comparer les durées du tableau ci-contre, il décide de les transformer en minutes.
Recopier et compléter :

Nom	Durée d'un contrôle
Monsieur Tuart	$\frac{3}{4}$ d'heure
Madame Sent	$\frac{75}{100}$ d'heure
Monsieur Nouze	$\frac{9}{12}$ d'heure
Mademoiselle Cingt	$\frac{15}{20}$ d'heure
Madame Rente	$\frac{45}{60}$ d'heure

a. $\frac{3}{4}$ d'heure = ... min ;

b. $\frac{75}{100}$ d'heure = ... min ;

c. $\frac{9}{12}$ d'heure = ... min ; **d.** $\frac{15}{20}$ d'heure = ... min ; **e.** $\frac{45}{60}$ d'heure = ... min .

2. Que peut-on en déduire pour les fractions : $\frac{3}{4}$; $\frac{75}{100}$; $\frac{9}{12}$; $\frac{15}{20}$ et $\frac{45}{60}$?

3. Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{3 \times \dots}{4 \times \dots} = \frac{75}{100}$; **b.** $\frac{3 \times \dots}{4 \times \dots} = \frac{9}{12}$; **c.** $\frac{3 \times \dots}{4 \times \dots} = \frac{15}{20}$; **d.** $\frac{3 \times \dots}{4 \times \dots} = \frac{45}{60}$.

4. Recopier et compléter les égalités suivantes :

a. $\frac{7}{4} = \frac{7 \times 45}{4 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$; **b.** $\frac{7}{4} = \frac{7 \times \dots}{4 \times 11} = \frac{\dots}{\dots}$.

BILAN

Recopier et compléter :
On ne change pas la valeur d'un nombre fractionnaire en multipliant son ...... et son ...... par le même nombre.

N° act	Qualités	Défauts	Quelles activités de l'élève ?	Que peut-on proposer dans le cadre des nouveaux programmes ?
I	Tous vont démarrer l'activité Réinvestissement 6° : placer et comparer des fractions sur des bandes graduées Bonne visualisation de l'égalité des fractions Permet de faire des conjectures 2 cadres : graphiques et numériques Présence de fractions > 1 Travail démarré à la maison et terminé en classe Travail qui permet un débat en classe Activité non figée : prévoit uniquement la tâche du prof .	Lourd à mettre en place : long et difficile Demande une bonne pratique de placer les fractions sur une droite graduée Seulement observer : conjecturer mais pas de démonstration	Type 6° : placer des fractions et constater l'égalité Dénombrer, expérimenter, placer sur graphique, conjecturer, formuler	Dans le nouveau programme de 5°, il est indiqué que l'égalité $\frac{ka}{kb}=\frac{a}{b}$ fait l'objet d'une justification sur un exemple générique. La proportionnalité doit être située avant les fractions. 1. Première proposition : a- Compléter ce tableau pour que ce soit un tableau de proportionnalité. $\begin{array}{cccc} 3 & 6 & \dots & 3\times k \\ 4 & \dots & 12 & 4\times\dots \end{array}$ b- Écrire de différentes façons le coefficient de proportionnalité. c- Énoncer une propriété. *Entre les étapes b et c, il faut travailler sur le coefficient de proportionnalité pour amener la question c.* 2. Deuxième proposition : Un sachet de 3 pains coûte 4 €. a. Si on achète 21 pains, quel sera le prix à payer ? b. Y-a-t-il proportionnalité entre le nombre de pains et le prix à payer ? c. Combien valent 4 pains ? *Par un travail oral dans la classe, on arrive à écrire :* *représente le prix d'un pain (constant quel que soit le nombre de pains achetés)* *3 × = 4* *21 × = …* *4 × = …* $\begin{array}{cccc} & \overset{\times 7}{} & & \\ \text{Nb pains} & 3 & 21 & 4 \\ € & 4 & ? & ? \end{array} \times\frac{4}{3}$ *et aboutir à* $\underline{3\times k}\times\ =\underline{4\times k}$ *donc* $=\frac{4\times k}{3\times k}$ *et* $=\frac{4}{3}$
II	Réinvestissement 6° : fraction = nombre Autre contexte pour rencontrer des quotients non décimaux $(\frac{6}{18})$ Retour aux évaluations 6° : $\frac{4}{5}\neq 4{,}5$ Comparaison à l'unité Recherche rapide de différentes écritures fractionnaires de 0,25 (à faire vivre en classe) Mise en évidence d'erreurs types : discussion, débat	Au numéro 1 : faux concret $\left(\frac{15}{4}\right.$ pour des bulbes de fleurs : peu réaliste$\left.\right)$ Formuler une règle à partir d'un seul exemple sans mentionner que ce n'est pas démontré Au numéro 2, la question *c* devrait être après la question *a*	Lecture de tableau Comparer des nombres Écrire des fractions égales à 0,25 Conjecturer Énoncer la règle à l'oral Travailler sur l'erreur	
III	Dans A : Réinvestissement 6° : fraction = partage Très visuel : représentation de fractions d'aires Activité classique Dans B : on retrouve fraction = quotient = nombre avec la difficulté des divisions sans calculatrice	Déjà vu en 6° : Trop guidé : exercices à trous Tous les quotients < 1 Dans C : écrire la conjecture devrait être entièrement à la charge de l'élève sans phrase à reconstituer	Peu d'initiatives, tout est mâché Compléter les trous sans comprendre Faire des divisions Remettre en ordre des morceaux de phrase !	
IV	Réinvestissement 6° Utilise les 2 bases 10 et 60 Fractions d'heure < 1 Au numéro 4 : fractions < 1 et > 1.	Déjà vu en 6° Artificiel : fractions d'heure $\left(\frac{9}{12}\right)$ $\frac{3\times 2}{4\times 2}=\frac{75}{100}$ est vraie : donc on peut remplir les trous avec n'importe quel nombre au choix (sauf 0) Nombre > 1 qui arrive comme un cheveu … Pas de lettres pour faire un exemple générique : pas de mise en place du générique $\frac{k\times 4}{k\times\ 3}=\frac{4}{3}$ Complexe (pour établir que $\frac{3}{4}=\frac{75}{100}=$ etc. on passe par les minutes)– rébarbatif – trop guidé – limité	Remplir des trous	

3. Troisième proposition :

Activité à mener sous forme d' échanges entre élèves-professeur

Trois nombres égaux ! Pourquoi ?	$\frac{4}{3}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{0,4}{0,3}$

Démonstration (à partir de la définition du quotient)

Première phase : bâtir

Question : $\frac{4}{3}$ est un nombre ; quel nombre ?

C'est le … qui … : $\times 3 = 4$

Question : et $\frac{8}{6}$, quel nombre est-ce ?

C'est le … qui … : $\nabla \times 6 = 8$

Question : comment justifier $= \nabla$?

… …

Deuxième phase : **écrire une démonstration** de $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 0,1}{3 \times 0,1}$

$\frac{4 \times 0,1}{3 \times 0,1} = \frac{0,4}{0,3}$.

$\frac{4}{3}$ est le nombre qui multiplié par 3 donne 4.

On sait que ce tableau :

3	6	0,3	$3 \times 0,1$	
4	8	0,4	$4 \times 0,1$	

est un tableau de proportionnalité

$\frac{4}{3}$ est aussi le nombre qui multiplié par 0,3 donne 0, 4.

Donc le quotient $\frac{4}{3}$ et le quotient $\frac{0,4}{0,3}$ représentent le même nombre.

Conclusion : $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 0,1}{3 \times 0,1}$.

Question : Comment ferait-on pour justifier $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 28,1}{3 \times 28,1}$?

égalité de deux quotients stage journée 5ème

1. Première proposition :

a- Compléter ce tableau pour que ce soit un tableau de proportionnalité.

3	6	…	3 × k
4	…	12	4 × …

b- Écrire de différentes façons le coefficient de proportionnalité.

c- Énoncer une propriété.

Entre les étapes b et c, il faut travailler sur le coefficient de proportionnalité pour amener la question c.

2. Deuxième proposition :

Un sachet de 3 pains coûte 4 €.

a. Si on achète 21 pains, quel sera le prix à payer ?

b. Y-a-t-il proportionnalité entre le nombre de pains et le prix à payer ?

c. Combien valent 4 pains ?

Par un travail oral dans la classe, on arrive à écrire :

représente le prix d'un pain (constant quel que soit le nombre de pains achetés)

3 × = 4

21 × = …

4 × = …

× 7

Nb pains	*3*	*21*	*4*
€	*4*	*?*	*?*

$\times \frac{4}{3}$

et aboutir à 3 × k × = 4 × k

donc $= \frac{4 \times k}{3 \times k}$ *et* $= \frac{4}{3}$

3. Troisième proposition :

Activité à mener sous forme d' échanges entre élèves-professeur

Trois nombres égaux ! Pourquoi ?	$\frac{4}{3}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{0,4}{0,3}$

Démonstration (à partir de la définition du quotient)

$\boxed{\textbf{Première phase : bâtir}}$

Question : $\frac{4}{3}$ est un nombre ; quel nombre ?

C'est le … qui … : × 3 = 4

Question : et $\frac{8}{6}$, quel nombre est-ce ?

C'est le … qui … : ∇ × 6 = 8

Question : comment justifier = ∇ ?

… …

Deuxième phase : écrire une démonstration de $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 0,1}{3 \times 0,1}$

$\frac{4 \times 0,1}{3 \times 0,1} = \frac{0,4}{0,3}$.

$\frac{4}{3}$ est le nombre qui multiplié par 3 donne 4.

On sait que ce tableau :

3	6	0,3	3 × 0,1	
4	8	0,4	4 × 0,1	

est un tableau de proportionnalité

$\frac{4}{3}$ est aussi le nombre qui multiplié par 0,3 donne 0, 4.

Donc le quotient $\frac{4}{3}$ et le quotient $\frac{0,4}{0,3}$ représentent le même nombre.

Conclusion : $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 0,1}{3 \times 0,1}$.

Question : Comment ferait-on pour justifier $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 28,1}{3 \times 28,1}$?

LES INVERSES

La classe de quatrième donne l'occasion de diverses occasions de raisonnement. On observe que, l'habitude aidant, elles se centrent essentiellement dans le domaine géométrique. Par exemple, la présentation des inverses est rarement l'objet d'un développement mettant en œuvre toute la richesse scientifique sous-jacente. Les activités qui sont proposées ci-dessous ne sont pas conçues comme un modèle mais ont pour seul objectif de donner des pistes de raisonnement. On pourra les proposer sous des formes variées (de l'activité de découverte à l'approfondissement) et la dédier à un travail en classe ou en devoir maison. L'intégralité du développement n'est donc pas à systématiser avec toutes les classes : on s'adaptera au niveau des élèves et à l'intérêt des activités en fonction de la progression.

Activité 1 : découverte de l'inverse

- idée 1 : faire une séance de calcul mental du type 10*0,1 ; 100*1/100 ; 5* 0,2 ;
- idée 2 : illustrer des partages (sous forme de schéma) pour établir des égalités du type 4*1/4 = 1 exemple : partage d'une pizza en 4
- idée 3 : s'appuyer sur les mesures exemple 1 m =100 cm et en déduire des égalités du type 100*0,01 = 1
- idée 4 : résoudre des équations à trous du type 5 ? =1

Dégager de ces activités la définition sous 2 formes et poser la trace écrite dans le cours.

- « Le produit de l'inverse d'un nombre et de ce nombre vaut 1 »
- « y est l'inverse de x ssi xy=1 »

On illustrera par deux exemples utilisant la definition dans les deux « sens »

- 3*1/3 =1 que peut on dire de 3 et 1/3 ?
- Quels sont les inverses de 8 ? On insistera sur plusieurs écritures de l'inverse 1/8 mais aussi 0,125

Activité 2 : existence

- idée 1 (ouverte) : est ce que tout nombre a un inverse ?
- idée 2 (ouverte) : trouver un contre exemple à l'affirmation « tout nombre a un inverse »
- idée 3 (semi-ouverte) : tester l'équation 0x =1
- idée 4 (fermée) : 0 a t –il un inverse ?

On dégagera de l'activité la conjecture de non existence de l'inverse de 0.
Si la classe le permet on fera la démonstration par un raisonnement par l'absurde.

- Si (supposons que) 0 a un inverse
- d'après la définition
- alors il existe un nombre x (on peut écrire) tel que 0x =1
- or 0x=0 soit 0= 1 ce qui est absurde !
- donc 0 n'a pas d'inverse

Activité 3 : unicité

- idée : à partir de questions du type « 0, 2 est-il l'inverse de 5 ? 1/5 est-il l'inverse de 5 ? »poursuivre par une question ouverte «le nombre 5 a-t-il un seul inverse ? »

Ceci doit amener un débat pour créer le doute (confusion avec les différentes écritures).
Pour lever le doute on fera une démonstration avec un exemple générique (en expliquant bien son coté limitatif)

- Nous allons supposer que 6 a un autre inverse que 1/6 (notons le a) **(ceci doit être donné ou amené collectivement)**
- **Consigne : appliquer la définition**
- alors par définition on aura 6*1/6 =1 et 6*a = 1
- **Qu'en déduire ?** d'où 6*1/6 = 6*a……
- **Conclure** « tout nombre non nul a un (seul) inverse »

Activité 4 : symétrie

- ➢ idée (fermée) faire chercher les inverses de 4 et 0,25 puis de 1000 et 0,001…. et en déduire une conjecture
- ➢ le démontrer en faisant remarquer la « commutativité »

Activité 5 : Forme 1/x

- ➢ idée fermée : montrer que 1/a est l'inverse de a et que a/b est l'inverse de b/a
- ➢ idée ouverte : est ce que l'affirmation « 1/a est l'inverse de a » est toujours vraie ? Sinon, donner des contre- exemples.

Démonstration suivant le niveau (exemple générique ou non)

Un approfondissement pour les meilleurs 1/ 1/x ???

- démonstration en français
- démonstration algébrique

Activité 6 : Les équations

Par exemple résoudre l'équation (¾) x= 1

- ➢ idée 1 : soit on a traité les inverses et alors on utilise directement l'inverse (4/3)
- ➢ idée 2 : soit on n'a pas traité les inverses et on peut démontrer que l'inverse de ¾ est 4/3
- ➢ idée 3 : se servir des inverses pour introduire les équations

Activité 7 : « je suis mon inverse »

- ➢ idée 1 (ouverte) « existe-t-il des nombres ayant pour inverses eux-mêmes ? »
- ➢ idée 2 (abstrait) : résoudre l'équation $x^2 = 1$; qu'en déduire pour l'inverse de 1 ?
- ➢ idée 3 (semi ouverte)
    - o Quel est l'inverse de 1 ?
    - o Existe t-il d'autres nombres « égaux à leurs inverses ? Tester
    - o Traduire la situation par une égalité : « un nombre égal à son inverse »
    - o Résoudre l'équation
    - o Combien de nombres sont égaux à leurs inverses ?

Atelier calcul en 4$^{\text{ème}}$: Démonstration de l'égalité des « produits en croix » :

b et d étant différents de 0, démontrer que : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à : ad = bc (appelé « produit en croix »)

Dans les commentaires du paragraphe 1.1 des programmes de quatrième, il est demandé de justifier le produit en croix en lien avec l'égalité des quotients.
Plusieurs démonstrations ont été proposées dans les ateliers : elles correspondent à des démarches différentes, en fonction des propriétés mathématiques (prérequis) sur lesquelles on choisit de s'appuyer.
Nous avons fait le choix de nous placer à un moment de la progression où les élèves n'ont pas encore vu les propriétés entre égalités et opérations (« Si on multiplie les deux *membres* ... » : Selon la progression choisie, ces propriétés seront démontrées plus ou moins tard dans l'année dans le chapitre « équations »)
Voici quelques propositions de démonstrations.
N.B. Les démonstrations suivantes sont écrites à destination des *professeurs. Il est bien évident qu'elles sont à construire puis à* rédiger avec les élèves en les amenant à les trouver étape par étape.

I- PROPOSITION N°1 :

Elle repose sur la volonté d'utiliser uniquement des prérequis de 6^{e} et 5^{e}.

Les prérequis :
- Propriétés de la multiplication
- Définition du quotient de deux nombres
- $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$ (*)
- Proportionnalité : En classe de cinquième, les procédures utilisées pour traiter une situation de proportionnalité sont de même nature qu'en classe de sixième :
  - passage par l'image de l'unité
  - utilisation d'un rapport de linéarité exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient
  - utilisation du coefficient de proportionnalité exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient.

N.B : (*) En classe de cinquième, l'égalité $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$ (pour a et b non nuls) fait l'objet d'une justification à l'aide d'un exemple générique, et elle est admise dans le cas général.
En classe de quatrième, elle peut *faire l'objet d'une démonstration dans le cas général selon le même schéma, qui s'appuie* sur la définition du quotient :
$\frac{ka}{kb}$ est le nombre q tel que $kb \times q = ka$. Or , $kb \times \frac{a}{b} = k \times b \times \frac{a}{b} = k \times a = ka$. Donc le nombre q recherché est $\frac{a}{b}$, ce qui prouve l'égalité.

1°) Démontrons que : Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors ad = bc .

Phase 1 : observation et conjecture.

Sur un tableau de proportionnalité tel que celui-ci :

	A	B	C	D
1	2	4	1,4	26
2	3	6	2,1	39

A partir de : $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, $\frac{2}{3} = \frac{1,4}{2,1}$, $\frac{4}{6} = \frac{1,4}{2,1}$
on peut observer que : $2 \times 6 = 3 \times 4$ (Facile ! Trop ?)
et que $2 \times 2,1 = 3 \times 1,4$ ...
et aussi que $4 \times 2,1 = 6 \times 1,4$.

Conjecture : Ceci amène à penser que pour des nombres quelconques (b et d étant non nuls) : si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors ad = bc

Phase 2 : démonstration de la conjecture.

S'il y a égalité des rapports, alors les nombres sont en situation de proportionnalité :

a	c
b	d

Le coefficient de proportionnalité k est le nombre tel que $b \times k = a$ et $d \times k = c$:

kb	kd
b	d

Et alors, on vérifie bien que : $a \times d = bk \times d = b \times dk = b \times c$.
Conclusion ….

2°) Réciproquement : Démontrons que : Si ad = bc, alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Phase 1 : observation et conjecture.

Les nombres $\frac{1,4}{2,1}$ et $\frac{26}{39}$ sont-ils égaux ? L'exemple précédent permet de voir que ces deux rapports sont égaux à $\frac{2}{3}$, donc qu'ils sont égaux entre eux. Mais que dire des nombres $\frac{31,2}{16,8}$ et $\frac{871}{469}$?

La valeur approchée donnée par la calculatrice est identique (1,857142857) ; peut-on affirmer pour autant que ces nombres sont égaux ?

Phase 2 : démonstration de la propriété réciproque.

On envisage des nombres a, b, c et d tels que ad = bc, b et d étant non nuls.

On a alors $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$ (prérequis), donc $\frac{a}{b} = \frac{bc}{bd}$ (hypothèse), d'où $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (prérequis).

Application : $31,2 \times 469 = 16,8 \times 871 = 14632,8$ d'où l'égalité attendue.

………

II- PROPOSITION N°2 :

Elle met en valeur la propriété : “ Démontrer que deux nombres sont égaux revient à démontrer que leur différence est nulle ”.

Les prérequis :
- La commutativité de la multiplication
- quotient de numérateur nul
- $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$, comparaison de 2 quotients de même dénominateur, somme et différence de 2 quotients (progr de 5°)
- $a = b$ équivaut à $a - b = 0$

Dans toute la suite, b et d sont différents de 0.

1°) Démontrons que : Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors ad = bc .

Phase 1 : Observation et conjecture (à partir d'exemples numériques … voir proposition n°1)

Phase 2 : Démonstration :

♦ **Première méthode** (comparaison des numérateurs)

Hypothèse de départ : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Quand on compare 2 quotients, il peut être intéressant de les mettre au même dénominateur (ici, bd).

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ s'écrit aussi $\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd}$

Ces deux quotients sont égaux et ont le même dénominateur, ils ont donc le même numérateur.

On a donc ad = bc

♦ **Deuxième méthode** (différence nulle)

Hypothèse de départ : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Ces 2 nombres sont égaux donc leur différence est nulle.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ signifie donc $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = 0$.

Or, le calcul de la différence des 2 quotients donne $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$

On obtient donc : $\dfrac{ad - bc}{bd} = 0$

Si un quotient est égal à 0 alors son numérateur égal à 0, d'où : ad – cb = 0, ce qui entraîne ad = cb.

2°) Réciproquement : Démontrons que : Si ad = bc, alors $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

Phase 1 : Observation et conjecture (à partir d'exemples numériques… voir proposition n°1)

Phase 2 : Démonstration de la propriété réciproque:

♦ **Première méthode** (on calcule $\dfrac{a}{b} - \dfrac{c}{d}$ et on montre que ce nombre est nul)

Hypothèse de départ : on suppose que ad = bc

On veut démontrer que $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$, ce qui revient à démontrer que $\dfrac{a}{b} - \dfrac{c}{d} = 0$

On calcule donc « naturellement » la différence $\dfrac{a}{b} - \dfrac{c}{d}$ en utilisant les « règles de calcul » des quotients, ce qui donne :

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

Or, d'après l'hypothèse de départ, on a ad = bc , ce qui signifie la même chose que : ad – bc = 0.

D'où : $\dfrac{ad - bc}{bd} = 0$, ce qui donne bien $\dfrac{a}{b} - \dfrac{c}{d} = 0$, d'où par suite $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

.

♦ **Deuxième méthode (**variante plus artificielle**,** car la division par bd (*) arrive un peu brutalement !)

Hypothèse de départ : ad = bc

Ces 2 nombres sont égaux donc leur différence est nulle : d'où ad – cb = 0

(*) ce qui donne $\dfrac{ad - bc}{bd} = 0$ car un quotient dont le numérateur vaut 0 est égal à 0

La « règle de la soustraction » de 2 quotients donne $\dfrac{ad - bc}{bd} = \dfrac{ab}{bd} - \dfrac{bc}{bd}$, ce qui prouve que $\dfrac{ab}{bd} = \dfrac{bc}{bd}$

On simplifie alors chaque quotient et on obtient $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$.

Les racines carrées en classe de $3^{\text{ème}}$

Propositions de mise en œuvre avec les élèves (2 scénarii parmi les quatre)

1. Scénario n°1 :

a) Ces égalités sont-elles vraies ou fausses ?

$\sqrt{0+4} = \sqrt{0} + \sqrt{4}$

$\sqrt{25 \times 4} = \sqrt{25} \times \sqrt{4}$

$\dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \sqrt{\dfrac{9}{16}}$.

b) Question aux élèves : et si je change les nombres, les égalités précédentes sont-elles encore vraies ?
Question aux élèves : que peut-on conjecturer ?

2. Scénario n°2 :

Les égalités suivantes sont-elles vraies pour tous les nombres a et b positifs ?

$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

$\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ avec b ≠ 0.

- Raisonnement par présomption et induction :

L'analyse d'exemples nombreux et variés conduit à conjecturer que $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et
$\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ avec b ≠ 0.

- Raisonnement par l'absurde :

  - Si on veut montrer l'unicité de la racine carrée, on peut utiliser un raisonnement par l'absurde :

Soit a un nombre positif. Soient x et y deux nombres positifs distincts tels que :
$x^2 = a$
$y^2 = a$ donc $x^2 - y^2 = 0$
donc $(x + y)(x - y) = 0$ donc
$x + y = 0$ soit $x = -y$ ce qui est impossible car x et y sont positifs et distincts
ou $x - y = 0$ soit $x = y$: contraire aux hypothèses.
D'où l'unicité.

  - Si on veut montrer que : pour a et b strictement positifs, la racine carrée de la somme n'est pas égale à la somme des racines carrées, on peut utiliser un raisonnement par l'absurde :

Soient a et b deux nombres strictement positifs
Supposons que $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$. En élevant au carré :
On a $a+b = a + b + 2\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ soit $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = 0$ donc $\sqrt{a} = 0$ ou $\sqrt{b} = 0$.
En élevant au carré, on obtient a = 0 ou b = 0 ce qui est contraire à l'énoncé, d'où….

- Raisonnement par contre exemple : voir scénario ci-dessus.

- Raisonnement déductif :
  Suivant le niveau des élèves, on pourra proposer seulement une démonstration sur un exemple générique ou bien une démonstration générale (avec des écritures littérales).

  - Démonstration sur un exemple générique : $\sqrt{3\times 5} = \sqrt{3} \times \sqrt{5}$

Extrait du document ressource Raisonnement et démonstration – Juin 2009

*« […] une preuve apportée sur un exemple générique est une forme de raisonnement déductif, car il s'agit d'une démonstration faite sur un exemple mais transférable. Dans ce cadre, il faut faire **identifier aux élèves en quoi l'exemple est générique,** par exemple pour établir des propriétés des opérations, alors même que le professeur choisit de ne pas formaliser avec tous les élèves la généralisation du raisonnement utilisant le recours au calcul littéral. Dans ce cas, la démonstration formalisée, telle qu'elle est définie plus haut, n'est pas faite. »*

$\left(\sqrt{3}\times\sqrt{5}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2\times\left(\sqrt{5}\right)^2 = 3 \times 5$.

Par définition, le seul nombre positif dont le carré est égal à 3 x 5 est $\sqrt{3\times 5}$.

Donc : $\sqrt{3\times 5} = \sqrt{3} \times \sqrt{5}$

Evidemment, le choix des valeurs numériques doit mettre en évidence le caractère transférable de ce raisonnement

- Démonstration des égalités (a et b positifs)
  $\sqrt{a\times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
  $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ avec $b \neq 0$.

- En exercice : Pour quelles valeurs de a et b (positifs) a-t-on : $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$?

- Raisonnement par disjonction des cas :

- Examiner le nombre de solutions de l'équation $x^2 = a$.
- En exercice : $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre décimal (cf. Raisonnement et démonstration – Juin 2009)

Inter-académiques Poitiers - 26 et 27 nov. 2013

Atelier ENT au service des mathématiques Académie de Toulouse

M. Congé (IA. IPR) - Mme Rebinguet (IATICE) et M. Gineste (Formateur responsable de la formation liée à l'ENT de l'académie de Toulouse).

Contexte de l'atelier :

À Toulouse, une volonté est présente de la part du recteur pour donner la priorité à l'ENT (au travers de la mission TICE). Ceci a été suivi de formations de formateurs.
La mise en place des ENT a débuté il y a 10 ans.
Questionnement :

- de « nouvelles » pratiques pédagogiques ont-elles émergé ?
- que faire de cet ENT ?
- quels usages en font les professeurs qui l'utilisent ?

L'idée qui sous-tend cet atelier est que pour inciter les profs de maths à utiliser l'ENT des réflexions sur l'utilité disciplinaire (et non pas seulement l'ENT dans une vision transdisciplinaire) sont à mener.
Le travail réalisé par les deux formateurs a été de recenser sur ce qui a été fait « de mieux » dans l'académie.
Différents usages sont présentés dans l'atelier, usages qui sont analysés en termes d'apports ainsi que l'étude d'inconvénients possibles.

PRESENTATION DE LA PLATEFORME

- Le produit « ENT » a été livré brut (sans applications pédagogiques)

Une plateforme dont l'objectif est de montrer ce qui existe après 2 mois de travail a été créée (ENT académie de Toulouse)

Chaque discipline y a déposé ses travaux.

- L'ENT au service des élèves
- L'ENT
- Outil et tutoriel

Les formateurs ont mis en ligne un questionnaire à destination des futurs stagiaires (stages FIL qui se sont transformés au PAF) pour enquêter sur leur rapport à l'ENT. Il ressort que les enseignants se posent des questions sur l'ENT et ont envie de le faire vivre.

Problématique 1 - Comment motiver les élèves, les inciter à se mettre au travail ?

- **différencier avec le cahier de texte**
  - **Travail à la maison avec le cahier de texte**
    Quelle plus-value ?
    Usage innovant : possibilité de donner un travail différencié (à une liste d'élèves définie de la classe) en ajoutant un « coup de pouce » sans stigmatisation.
  - **Le rendez-vous du DM :** formulaire qui comporte deux questions portant sur l'avancée du travail (exemple en Term S)
  - **Remise de travaux en ligne**

On coche « activer la remise en ligne »
Le professeur voit les dépôts de fichiers datés.
On peut télécharger l'ensemble des fichiers déposé et les fichiers sont automatiquement nommés. On peut annoter et rendre le travail corrigé.

Cet outil « remise de travaux » existe dans les académies de Nantes et de Bordeaux.

Conclusion de la partie « cahier de texte »
Quels apports ?
- Confidentialité
- L'élève ne sait pas s'il a été aidé
- Permet l'évaluation des compétences TICE ;

Quels inconvénients ?
- Changer les « habitudes » des élèves et des profs

Débat :
- Cyril Michau (Créteil) le questionnaire à mi-parcours peut être vu comme un état de recherche intermédiaire de la classe à un moment.
- Formule latex à intégrer (comment faire ?)
- Pour évaluer les compétences TICE, la remise en ligne peut être demandée le jour même à l'issue d'une séance en salle info.
- Compétences TICE sont travaillées.
- Crainte de l'ENT ne remplace le prof.
- Nécessité de mettre un cadre, apprendre à communiquer avec des rendez-vous (et non pas la connexion permanente)
- Différenciation : aides « coup de pouce » à anticiper (pertinence ?)
- Intervention de Mme Blau sur l'historique du rendez-vous de DM (en amont de l'outil « cahier de texte »).

PRESENTATION D'UN ENT

- Une rubrique classe étant générée automatiquement, le professeur de mathématiques n peut créer une sous-rubrique « maths » qui est en fait un « site web » (mais qui a l'avantage d'être très facile à créer).
- Un site web pour quoi faire ?
    - Mise à disposition de ressources (banque de documents)
    - Fiche d'exercices (soit de remédiation ou des défis) avec correction en ligne après un certain délai.

  C'est une façon de prolonger le travail fait en classe, en développant l'autonomie.
    - Fiche de travail de savoir-faire ou de connaissances qui peuvent ensuite pointer vers des exerciseurs.
    - Activités mentales faites en classe pour s'entraîner à nouveau ou bien des activités mentales nouvelles avec correction.
    - Fiche associée à un DS (ce qu'il faut réviser) avec des liens qui pointent vers les fiches « travail de savoir-faire ». Après le devoir, la correction complète la fiche.
    - Évaluation diagnostique : exercices à réaliser à la maison avec un formulaire à remplir par l'élève (exemple donné : lecture graphique). Le bilan donne les effectifs de réussite et on peut savoir qui a répondu quoi.
  - Formulaire joint à la fiche : recopier l'appréciation portée sur la copie, puis un commentaire personnel sur le travail est demandé, un repérage des erreurs (travail sur l'erreur : analyse de l'erreur).

Débat (échanges ou remarques) engendré lors de cette partie:

- Existe-t-il un forum ? Oui mais l'outil ne parait pas pertinent.
- Il est possible de demander à un élève de joindre un fichier dans la cadre d'un formulaire.
- Travail sur l'erreur : quel apport de l'ENT ?

  Ce travail est ainsi réalisé en dehors de la classe. C'est un retour sur la compréhension après la correction. Ceci constitue une alternative à une fiche navette (lourde pour l'organisation).
- L'évaluation diagnostique avec un formulaire est intéressante car on a un bilan (sans copie) et on ne perd pas de temps **en classe** à faire un diagnostic.

Problématique 2 : Rendre les problèmes attractifs

Des exemples sont montrés :

- Figure dynamique (revoir la figure sur laquelle s'est basée la recherche) sans le fichier geogebra qui donnerait des informations sur la construction.
- Vidéo (exemple TV 20 heures : le présentateur commente des résultats statistiques = lien avec l'échantillon de confiance avec un problème ancré dans la réalité)
- Formulaire pour le cours de statistiques : on récupère un fichier tableur qui peut être exploiter ensuite en classe.

Problématique 3 : Rendre acteur l'élève

- L'élève peut rédiger un article soumis à validation du prof.
  Par exemple pour :
  - Fiche méthode revisitée : faire créer une fiche par un élève qui sera ensuite analysée en classe (débat en classe). On peut la faire créer par plusieurs groupes et le faire en utilisant une carte mentale.
  - On peut déporter ce débat par un forum autour des fiches (mais les élèves ne participent que très peu sur le forum).
- En collège, conception d'un glossaire. Un élève a la responsabilité d'écrire la définition d'un nouveau mot de vocabulaire.
- En collège, mise en ligne de productions d'élèves pour une visibilité des parents.

Conclusion de la partie
Quels apports ?
- Travail collaboratif
- Fiche méthode en ligne : travail à disposition de tous
- Création de ressources communes

Un débat est lancé: Que se fait-il dans les autres académies ?

- **Académie de Nantes :**
  - C'est la cinquième et dernière vague de déploiement de l'ENT (public et privé)
  - Dans les établissements, c'est à la charge de quelques professeurs formés (à la technique principalement, d'un point de vue généraliste) d'amener les autres professeurs à utiliser l'ENT.
  - La diffusion est lente.

Remarque :
- Les usages constatés ont dépassé les usages prescrits dans le cahier des charges de l'ENT lors de sa création.
- Montrer des usages aux professeurs, favorise l'appropriation de cet ENT par les professeurs. Ces usages possibles doivent être montrés assez rapidement après la mise en place de l'ENT dans l'établissement (le risque étant que sinon, les professeurs n'investissent pas cet outil).
  D'une manière générale, on constate montre qu'il faut 3 ans pour « apprivoiser » l'ENT au sens de l'intégrer dans ses pratiques).

- **Académie de Caen :**

Le déploiement commence avec un ENT conçu pour l'enseignement (suédois ?) L'ENT (version démo) comporte des usages établis avec une possibilité de visioconférence.

Question : Quelle est l'idéologie sous-jacente ? (remplacement des profs absents par des conférences à distance ?)

http://pedagogie.ac-toulouse.fr/math/tice/mutualisation/index11_13.php

académie Toulouse
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Google™ Recherche personnali go

- L'inspection pédagogique
- Informations
- Textes, Programmes
- Thématiques
- Collège
- Lycée
- Liaisons
- Maths et Tice
- Stages
- La vie des Mathématiques

assistance inform@tique individuelle
N° Azur 0810 000 282

Mathématiques

Mutualisation Nationale

Sommaire | Archives

Sommaire 2011-2013

Vous êtes ici : Sommaire > Tice > Mutualisation

Travaux Académiques Mutualisés : Formation au calcul et résolution de problèmes

« Les élèves ne savent plus calculer ! »
« Avec l'ordinateur, ça va être pire encore !»

éduSCOL-Maths

Les travaux de mutualisation sur la formation au calcul et la résolution de problème se sont poursuivis durant les années scolaires 2011-2012 et 2012-2013.

En 2011-2012, la réflexion (et les activités produites) ont principalement porté sur :

- Commentgarantir une acquisition progressive des compétences de calcul ?
- Comment tirer profit des fonctionnalités des calculateur formels pour appuyer cet apprentissage ?

En 2012-2013, la réflexion (et les activités produites) ont principalement porté sur :

- Comment mener de front l'objectif de résolution de problèmes et celui d'apprentissage « technique » du calcul ?
- Comment faire travailler le calcul aux élèves ?
- Quelle aide peuvent nous apporter les instruments de calcul ?

Voir la synthèse et les productions pour 2011-2012.

Voir la synthèse et les productions pour 2012-2013.

Accéder aux autres actions de mutualisation au niveau national

http://pedagogie.ac-toulouse.fr/math/tice/mutualisation/2012-13/index.php

Jean-Luc Aced, collège Montesquieu de Cugnaux
Aurélien Blanc, collège des Trois vallées de Salies du Salat
Fabien Cabanel, collège Gambetta Cahors
Véronique Cohen-Aptel, lycée P. de Fermat, Toulouse
Philippe Clément, collège Léo Ferré de Gourdon
Olivier Gineste, lycée Pierre Bourdieu de Fronton
Nadja Rebinguet, lycée Raymond Naves de Toulouse

Synthèse des travaux académiques :

Du collège au lycée, la résolution de problèmes est un objectif fort de l'enseignement des mathématiques. La présentation de ces problèmes sous des formes ouvertes ouvre la possibilité pour les élèves d'utiliser des méthodes très diverses, tâtonnement, utilisation d'outils numériques, expertes… Elle permet ainsi de développer l'autonomie, la créativité et la prise d'initiative des élèves : compétences essentielles de la formation en mathématiques.

Parallèlement à cette évolution, l'apprentissage du calcul reste un objet d'étude important mais celui de la virtuosité technique n'est plus un objectif prioritaire, ce qui conduit souvent à une certaine fragilité dans les compétences en calcul des élèves.

Cette fragilité, voire l'absence de maîtrise technique, devient au fil des années un frein à l'apprentissage des mathématiques et en particulier rend difficile le travail sur la résolution de problèmes.

L'enseignant se trouve confronté à une difficulté : Comment mener de front le travail sur la résolution de problèmes, activité fondamentale des mathématiques mais peu propice à l'apprentissage technique du calcul et le travail sur le calcul proprement dit ?

http://pedagogie.ac-toulouse.fr/math/tice/mutualisation/2012-13/index.php

Le groupe de l'académie de Toulouse devant ce constat s'est posé les questions suivantes :

- Comment mener de front l'objectif de résolution de problèmes et celui d'apprentissage « technique » du calcul ?
- Comment faire travailler le calcul aux élèves ?
- Quelle aide peuvent nous apporter les instruments de calcul ?

Constatant que la difficulté éprouvée par les enseignants repose souvent sur une certaine forme d'opposition entre les activités permettant de travailler le calcul et celles portant sur la résolution de problèmes, le groupe de l'académie de Toulouse a essayé de mettre en place des corpus d'activités (activité en amont – activité principale – activité en aval) visant à permettre de travailler conjointement technique de calcul et résolution de problèmes. C'est la raison pour laquelle ces activités, portant sur des thèmes et des niveaux assez différents s'articulent toutes autour d'un « squelette » commun :

- Une activité amont dont l'objectif est de travailler sur l'acquisition d'une compétence de calcul ; Cette activité (ou ces activités) ont été conçues pour être mises en œuvre à distance de l'activité principale.
- Une activité principale dont l'objectif est la résolution d'un problème. Cette activité peut être donnée sous une forme ouverte sans que cela ne soit systématique.
- Des activités en aval visant soit à remédier à des difficultés en calcul observées lors de la résolution de l'activité principale, soit à l'approfondissement.

Par ailleurs, les travaux engagés durant l'année scolaire 2011-2012 proposaient une progression sur le thème des fonctions incluant l'acquisition des compétences de calcul sur les niveaux $3^{\text{ème}} – 2^{\text{nde}}$. Ces travaux ont été complétés par une progression sur les niveaux première S et ES, et terminale S. Cette progression est illustrée d'activités dont la structure respecte le « squelette » mis en place cette année.

Enfin, en marge de ces TRAvaux Académiques Mutualisé, à l'heure de la parution de nouveaux programmes en classes préparatoires, le groupe de travail de Toulouse s'est demandé quelles sont les compétences de calcul qui doivent être impérativement maîtrisées par un élève désirant poursuivre ses études en classe préparatoire. La production d'activités sur ce thème n'a pas été possible mais on trouvera sur le site *(lien)* de l'académie de Toulouse, une « lecture commentée » du programme de terminale. Celle-ci est accompagnée d'une analyse de quelques TP issus de manuels scolaires (Indice, Bordas ; Hyperbole, Nathan ; Transmath, Nathan) qui semblent pouvoir permettre aux élèves, en partant de calculs instrumentés d'acquérir une meilleure autonomie en calcul manuel.

Les activités produites :

- Une progression incluant les compétences de calcul (sur le thème des fonctions) pour les niveaux Première ES et Terminale S illustrées d'activités (voir ci-dessous).
- Activités en trois temps selon le "squelette" :
  - Niveau collège :
    - La publicité : Travail sur la proportionnalités, les pourcentages, niveau 4ème.
    - Calcul littéral : Niveau 4ème.

http://pedagogie.ac-toulouse.fr/math/tice/mutualisation/2012-13/index.php

- Niveau lycée :
  - Fonction coût en première ES.
    Pour le niveau Terminale S :
  - Distance minimale : Réinvestissement de la dérivation vue en 1S pour les terminales S, complétée d'une fiche de remédiation s'appuyant CALCULUS
  - "f(x) = 0" : Trois corpus d'activités autour de la résolution de ce type de problèmes. :
    - Autour de f(x) = 0 et problème d'optimisation.
    - Autour de f(x)=0 et étude d'une suite.
    - Autour de f(x)=0 et équation trigonométrique.
  - Aire minimale : Une idée de travail à partir d'une évaluation

http://pedagogie.ac-toulouse.fr/math/tice/mutualisation/2011_12/index.php

Groupe de travail de l'académie de Toulouse

- Jean-Luc Aced, collège Montesquieu de Cugnaux ;
- Céline Barcella, lycée Jean de Prades de Castelsarrasin ;
- Philippe Clément, collège Léo Ferré de Gourdon ;
- Olivier Gineste, lycée Bourdieu de Fronton ;
- Nadja Rebinguet, lycée Raymond Naves de Toulouse ;

Introduction :

La formation des élèves au calcul est un enjeu important : une maîtrise suffisante est indispensable à la poursuite d'études mais également fondamentale pour préparer l'élève à la vie citoyenne et professionnelle.

Ce document présente la réflexion qui a été menée dans l'académie de Toulouse dans le cadre des Travaux Académiques Mutualisés par la DGESCO A3 et dont le thème était « Formation au calcul et résolution de problèmes ».

La résolution de problèmes est au cœur de l'activité mathématique dont elle est l'essence. Elle doit être l'occasion pour les élèves de découvrir la nécessité d'acquérir de nouvelles compétences de calcul. Pourtant, cet apprentissage doit être suffisamment progressif pour que les compétences soient acquises de manière robuste (On pourra à ce propos consulter le travail conduit dans l'académie d'Orléans-Tours autour de l'introduction prématurée du formalisme pour la résolution d'équations du premier degré).

http://pedagogie.ac-toulouse.fr/math/tice/mutualisation/2011_12/index.php

D’autre part, les instruments de calcul (machine à calculer, tableur, calculateur formel) sont souvent perçus comme responsables des difficultés en calcul des élèves, y compris parfois par les enseignants eux mêmes. Les logiciels de calcul formel en particulier sont peu utilisés dans les classes.
Or, contrairement aux idées reçues, le calcul instrumenté utilisé judicieusement peut permettre une meilleure acquisition des compétences de calcul : Le calcul instrumenté ne vient pas se substituer au calcul manuel, il le complète. Les deux modes de calcul, complémentaires, interagissent. L’utilisation d’instruments permet à l’élève d’être maître de la méthode à utiliser même là où ses moyens techniques sont limités.

Le groupe de l’académie de Toulouse, se basant sur ces constats, a organisé sa réflexion autour de cette double problématique :

- Comment garantir une acquisition progressive des compétences de calcul ?
- Comment tirer profit des fonctionnalités des calculateurs formels pour appuyer cet apprentissage ?

La notion de fonction donne aux élèves de troisième et de seconde l’occasion de résoudre des problèmes riches et variés. Le groupe de l’académie de Toulouse a donc orienté sa réflexion sur les compétences de calcul adossées à la notion de fonctions, thème riche, qui accompagne les élèves du collège jusqu‘au lycée.
Le travail mené, qui n’a pu qu’être amorcé cette année, avait pour objectif :

- l’élaboration d'une progression (doc, pdf) sur le thème des fonctions qui, de la troisième à la seconde, intègre l’acquisition des compétences de calcul.
- l’illustration de cette progression par des d’activités qui mettent en avant comment calcul manuel et calcul instrumenté se nourrissent l’un l’autre pour permettre une meilleure acquisition des compétences de calcul, y compris de calcul manuel.

Documents produits

1. Une progression (doc, pdf) sur les deux niveaux collège-lycée pour l’acquisition des compétences de calcul développées à travers l’étude de fonctions.

A partir de cette progression,

2. Pour le niveau collège, des activités (doc, pdf), commentées, illustrent les interactions entre calcul instrumenté, calcul manuel et calcul mental. L’objectif de ces activités est de montrer comment on peut dès la troisième utiliser le calcul formel pour rendre les élèves plus autonomes. Assez spécifiques, elles ne sont qu’une petite partie des activités qu’il convient de traiter avec les élèves. L’intégration de ces activités dans un ensemble plus large n’a pas pu être réalisée pour cette première année.
3. Pour le niveau lycée, le choix fait est celui de réaliser des « zooms » sur certains thèmes : un ensemble d’activités illustrent alors les compétences travaillées et les allers-retours calcul manuel/calcul instrumenté.

   Les thèmes qui ont été développés pour cette année sont :

   3.1 Choix d’une forme adaptée à la résolution d’un problème. (doc, pdf)

   3.2 Existence d’un extremum (pdf).

4. Par ailleurs, même si le temps a manqué, certaines activités ont pu être expérimentées en classe et sont accompagnées d’un compte rendu.

http://pedagogie.ac-toulouse.fr/math/tice/mutualisation/2011_12/index.php

4.1 Compte rendu de l'activité 4 (doc, pdf) du niveau collège sur la démonstration de la propriété : « La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine et réciproquement ».

4.2 Compte rendu de l'activité Roméo et Juliette (doc,pdf) du corpus « Existence d'un extremum ».

4.3 ...d'autres comptes rendus devraient venir compléter cette partie…

Accéder aux autres actions de mutualisation au niveau national

Concours de Mathématiques du cinquantenaire

Compter avec l'autre

Mercredi 19 mars 2014

L'épreuve est composée de 10 exercices indépendants, de difficulté plus ou moins croissante.

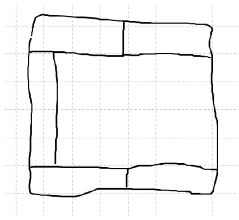
Dans les exercices 2, 4 et 9 on ne demande pas de justifier la réponse choisie.

Pour l'exercice 6, les candidats doivent rendre, avec leur copie, l'annexe I sur laquelle ils laisseront apparents les traits de construction.

Dans les autres exercices, on encourage les candidats à expliquer clairement leurs raisonnements et à justifier leurs réponses.

1

Exercice 1

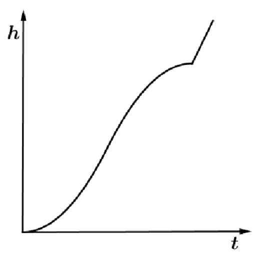


Un carré est recouvert de N rectangles, tous de mêmes dimensions, de telle sorte qu'il y a exactement deux rectangles sur les côtés horizontaux (haut et bas) et exactement un rectangle pour compléter le côté vertical.

Le dessin ci-contre (fait à main levée) où 5 rectangles sont représentés, illustre cette situation.
Combien de rectangles sont nécessaires pour recouvrir le carré en entier ? Justifier.

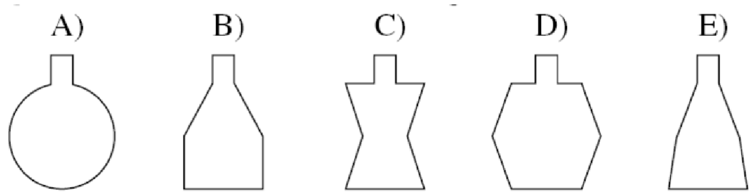
****

Exercice 2



Une bouteille (qui est un solide de révolution) a été remplie à un robinet dont le débit est constant.
Voici la courbe donnant la hauteur h de l'eau en fonction du temps t pendant le remplissage.

Quelle est la forme de la bouteille qui a donné cette courbe ?
(Indiquer, sans justification, la lettre de la bouteille correspondante sur votre copie).



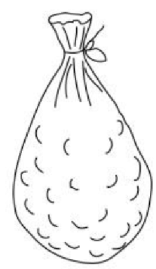
****

Exercice 3

On considère deux nombres x et y tels que $-1 < x < 0$ et $-1 < y < 0$.
Classer, du plus petit au plus grand, les nombres x, xy, xy^2 et $\frac{1}{xy}$. Justifier.

****

Exercice 4



Un sac contient 20 billes, dont 9 billes blanches, 5 billes rouges 6 billes noires.
On enlève 10 billes du sac : on a pris entre 2 et 8 billes blanches, au moins 2 billes rouges et au plus 3 billes noires.

Donner le nombre de tirages possibles.
(Indiquer, sans justification, sur votre copie la lettre correspondant à votre résultat).

A) 12 B) 15 C)16 D) 18 E) 20

****

Exercice 5

On considère l'ensemble $\mathbb{W}$ des entiers de la forme $p^2 + q^2$, où p et q sont des entiers relatifs quelconques. Par exemple $25 = 3^2 + 4^2$ est dans cet ensemble $\mathbb{W}$.

Le produit de deux nombres de $\mathbb{W}$ appartient-il à $\mathbb{W}$? Justifier.

****

Exercice 6

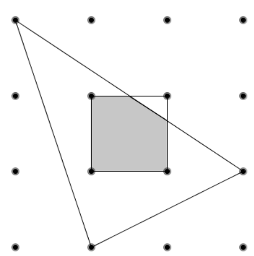
Le quadrilatère $ABCD$ représenté dans l'annexe I a été dessiné dans un repère orthonormal qui a été effacé. On connaît les coordonnées de ses sommets dans ce repère :

$$A(-4; 2) \ ; \ B(2; -6) \ ; \ C(3; 6) \ ; \ D(1; 2).$$

Retrouver le centre et les axes de ce repère.
(Expliquer votre construction et laisser apparents les traits de construction).

****

Exercice 7



Sur un quadrillage de points, on a tracé un triangle et un carré (voir figure ci-contre).
On prend comme unité le côté des carreaux du quadrillage.

Quelle est l'aire de la partie commune au triangle et au carré dessinés ?

****

Exercice 8

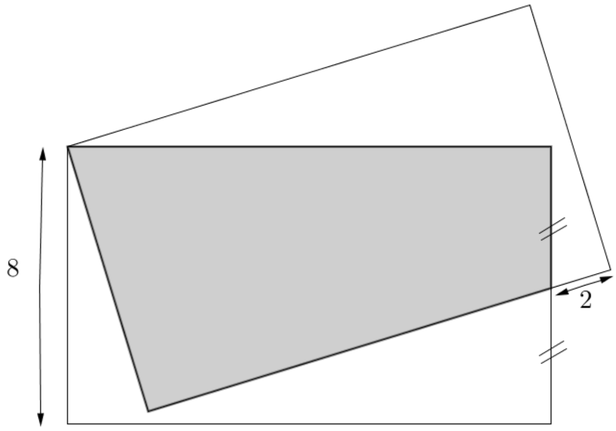
Un commerçant vend des stylos sous deux formes : par paquets de 5 stylos, ou par paquets de 7 stylos.

1. ***Est-il possible d'acheter 50 stylos sans ouvrir de paquets ?***
   Si non, expliquer pourquoi ; si oui, donner toutes les possibilités.
2. ***Est-il possible d'acheter 2014 stylos sans ouvrir de paquets ?***
   Si non, expliquer pourquoi ; si oui, donner le nombre de possibilités.

****

Exercice 9

Deux rectangles de mêmes dimensions ont un sommet commun et se recouvrent partiellement comme le montre la figure codée ci-dessous (qui n'est pas réalisée en vraie grandeur).



Combien vaut l'aire de la partie grisée ?
(Indiquer, sans justification, sur votre copie la lettre correspondant à votre résultat).

A) Il manque des données pour pouvoir répondre.
B) 50
C) 60
D) 70
E) 80

****

Exercice 10

Soient deux entiers naturels a et b qui vérifient l'égalité $9a + 9b = 2ab - 19$.

Déterminer toutes les possibilités pour a et b.

****

FIN DE L'ÉPREUVE

NOM : Prénom : à rendre avec la copie

ANNEXE I

Exercice 6