*2*

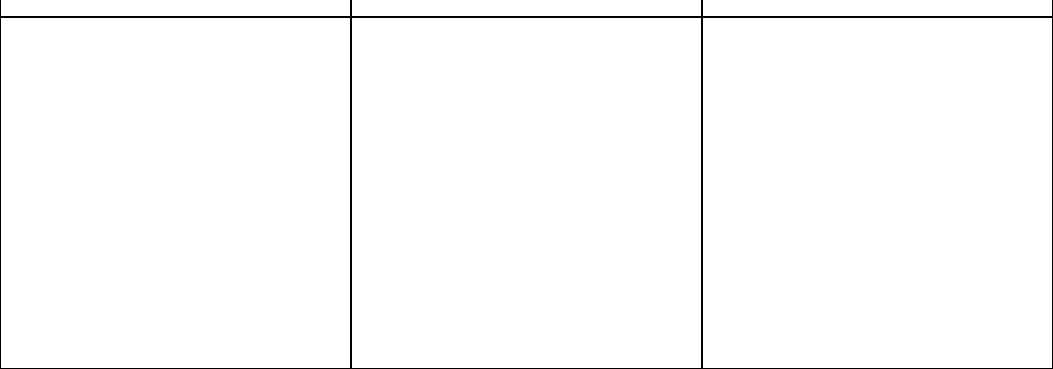


# **Fonction dérivée et étude des variations d’une fonction**

**Le programme**

L’objectif de ce module est d’étudier les variations de fonctions dérivables afin de résoudre des problèmes issus des sciences, du domaine professionnel ou de la vie courante.

L’utilisation des TIC est nécessaire.



Capacités Connaissances Commentaires

Étant donnée une fonction *f* dérivable sur un inter- valle I, la fonction qui à tout nombre *x* de I associe

Utiliser les formules et les règles de dérivation pour

Fonction dérivée d’une fonction dérivable sur un intervalle I. Fonctions dérivées des fonctions de ré- férence *x* ›→ *ax* + *b* (*a* et *b* réels), *x* ›→ *x*2,

*x* ›→ 1 ,*x* ›→ √*x* et *x* ›→ *x*3.

*x*

le nombre dérivé de la fonction *f* en *x* est appelée fonction dérivée de la fonction *f* sur I et est notée *f* ′.

Dans les énoncés de problèmes ou d’exercices, les

formules, admises, sont à choisir dans un formulaire

déterminer la dérivée d’une fonction.

′

spécifique donné en annexe.

Étudier, sur un intervalle donné, les variations d’une fonction à partir du calcul et de l’étude du signe de sa dérivée. Dresser son tableau de variation.

Déterminer un extremum d’une fonction sur un in- tervalle donné à partir de son sens de variation.

Notation *f* (*x*).

Dérivée du produit d’une fonction par une constante, de la somme de deux fonctions.

Théorème liant, sur un intervalle, le signe de la dé- rivée d’une fonction au sens de variation de cette fonction.

Appliquer ces formules à des exemples ne nécessi- tant aucune virtuosité de calcul. Les formules sont progressivement mises en œuvre pour déterminer les dérivées de fonctions polynômes de degré infé- rieur ou égal à 3.

Les théorèmes liant le sens de variation d’une fonc- tion et le signe de sa dérivée sont admis.

Le tableau de variation est un outil d’analyse, de réflexion voire de preuve.

Constater, à l’aide de la fonction cube, que le seul fait que sa dérivée s’annule ne suffit pas pour conclure qu’une fonction possède un extremum.

# **Auto-évaluation**

## **Activité 1**

,

Compétence :



,

,,

,,

,,

x

⋆ :Non maitrisée ⋆⋆ :Insuffisament maitrisée ⋆⋆⋆ :Maitrisée ⋆⋆⋆⋆ :Bien maitrisée

vx vx vx

v

* J’ai su associer aux grandeurs mathématiques, les grandeurs réelles Approprier : QQQQ
* J’ai su m’exprimer en termes clairs et en utilisant correctement le vocabulaire des statistiques : Communiquer : QQQQ
* J’ai su m’exprimer en termes clairs et en utilisant correctement le vocabulaire des fonctions : Communiquer : QQQQ
* J’ai su utiliser le tableau des fonctions dérivées : Approprier : QQQQ
* J’ai su utiliser les logiciels pour conjecturer : **TICE** : QQQQ
* J’ai su établir le lien entre la variation d’une courbe et le signe de sa dérivée : Raisonner : QQQQ
* J’ai su être autonome et faire preuve d’initiative :QQQQ

## **Activité 2**

* J’ai su identifier le tableau de signe correspondant au tracé d’une fonction Approprier : QQQQ
* J’ai su réaliser correctement des tableaux de variations Réaliser : QQQQ
* J’ai su m’exprimer en termes clairs et en utilisant correctement le vocabulaire des fonctions dérivées : Communiquer : QQQQ
* J’ai su par raisonnement déterminer des tableaux de variations : Raisonner : QQQQ
* J’ai su par raisonnement déterminer des extrema : Raisonner : QQQQ
* J’ai su utiliser ma calculatrice graphique pour conjecturer le signe d’une dérivée : **TICE** : QQQQ
* J’ai su être autonome et faire preuve d’initiative :QQQQ

## **Activité 3**

* J’ai su identifier le tableau de variations correspondant à une fonction Approprier : QQQQ
* J’ai su réaliser les calculs permettant de déterminer les variations d’une fonction Réaliser : QQQQ
* J’ai su être autonome et faire preuve d’initiative :QQQQ



# **Exercices**

**Tous les exercices sont à faire à la fin des activités indiquées pour le cours suivant.** Ils sont faits proprement sur vos feuilles ou votre cahier dans une partie exercice. Pour chaque exercice proposé, vous devez préciser à chaque étape de sa résolution la règle, la définition,... que vous utilisez en rapport avec ce qui a été vu dans le chapitre.

## **Exercice 5. Activité 1**

Réaliser Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

Sur l’intervalle ] − ∞; +∞[ la fonction *x* ›→ *f* (*x*) = *x*4 + 1 · *x*3





3 *x*2 + 7



Sur l’intervalle ]0; +∞[ la fonction *x* ›→ *g*(*x*) = 5 · √*x* 3

− 5 ·

Sur l’intervalle **R** la fonction *x* ›→ *h*(*x*) = (*x*2 + 3*x* + 4) × (*x* + 5)

Sur l’intervalle **R** − {−5} la fonction *x* ›→ *i*(*x*) =

*x*2 + 3*x* + 4



*x* + 5

Sur l’intervalle **R** − {0} la fonction *x* ›→ *j*(*x*) = 2

*x*

## **Exercice 6. Activité 2**

Réaliser **TICE** Déterminer graphiquement à la calculatrice ou à l’ordinateur le signe de la dérivée des fonctions suivantes. En déduire les tableaux de variations des fonctions.



* *f* (*x*) = *x*2 − *x* − 2 sur l’intervalle [−4; 4],
* *g*(*x*) = 1 (*x*2 − 5 *x* − 3 ) sur l’intervalle [−4; 4],

5

2

2

* *h*(*x*) = −*x*2 − 2*x* + 3 sur l’intervalle [−4; 4],
* *f* (*x*) = *x*3 − 3*x*2 + 1 sur l’intervalle [−1; 3].

## **Exercice 7. Activité 3**

Réaliser Reprendre les fonctions de l’exercice précédent et étudier le signe des dérivées par résolution algébrique.

# **Cours**

**Chapitre 2 Fonctions dérivées et étude des variations d’une fonction**



I Fonctions dérivées des fonctions de référence

,

z

,

1 Fonction dérivée r

*Définition 1*



Une fonction dérivée *f* ′ dune fonction *f* permet de déterminer les extrema de cette fonction *f* .

,



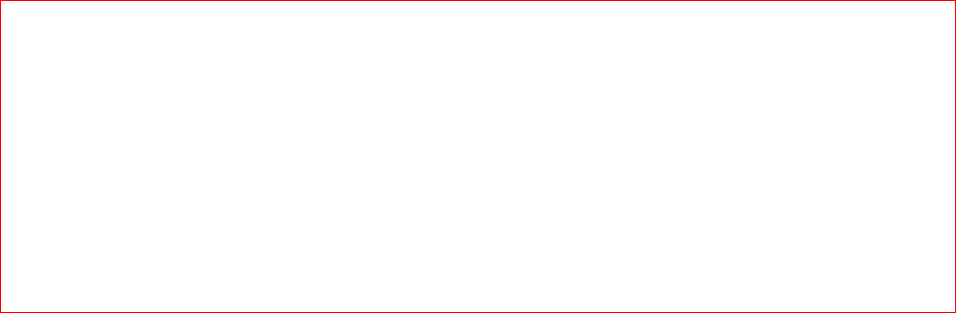
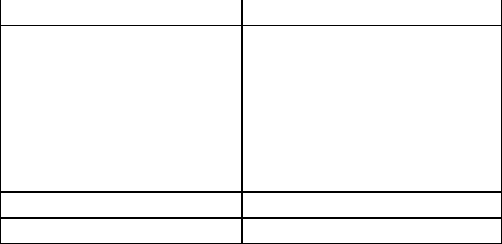
,

2 Fonctions de référence

z

r

*Propriété 1*



Fonctions dérivées *f* ′ des fonctions usuelles :

Fonction *f* Fonction dérivée *f* ′

*x* ›→ *f* (*x*) = *ax* + *b x* ›→ *f* ′(*x*) = *a x* ›→ *f* (*x*) = *x*2 *x* ›→ *f* ′(*x*) = 2*x*

1 1

*x* ›→ *f* (*x*) = *x x* ›→ *f* ′(*x*) = − *x*2

√ ′ 1

*x* ›→ *f* (*x*) = *x x* ›→ *f* (*x*) = 2√*x*

*x* ›→ *f* (*x*) = *x*3 *x* ›→ *f* ′(*x*) = 3*x*2

*x* ›→ *g*(*x*) = *a* · *f* (*x*) *x* ›→ *g*′(*x*) = *a* · *f* ′(*x*)

*x* ›→ *h*(*x*) = *f* (*x*) + *g*(*x*) *x* ›→ *h*′(*x*) = *f* ′(*x*) + *g*′(*x*)

Exemples :

* *x* ›→ *f* (*x*) = 3*x* + 7 donne *x* ›→ *f* ′(*x*) = 3
* *x* ›→ *f* (*x*) = 4*x*2 donne *x* ›→ *f* ′(*x*) = 8*x*

4 4

* *x* ›→ *f* (*x*) = *x* donne *x* ›→ *f* ′(*x*) = − *x*2

√ ′ 3





* *x* ›→ *f* (*x*) = 3 *x* donne *x* ›→ *f* (*x*) = 2√*x*
* *x* ›→ *f* (*x*) = 5*x*3 donne *x* ›→ *f* ′(*x*) = 15*x*2
* *x* ›→ *g*(*x*) = 5*x*3 + 4*x*2 + 3*x* + 7 donne *x* ›→ *g*′(*x*) = 15*x*2 + 8*x* + 3

II Étude des variations d’une fonction

**ATTENTION DANS LA SUITE DU COURS À NE PAS CONFONDRE LA FONCTION** *f* **ET SA DÉRIVÉE** *f* ′

,

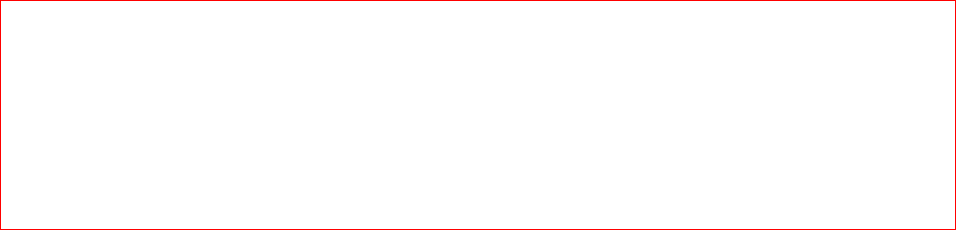
,

1 Tangente et variations

r

z

*Propriété 2*



Le coefficient directeur *a* de la tangente d’équation *y* = *ax* + *b* en un point est :

* positif (*a >* 0) quand la fonction est croissante,
* nul (*a* = 0) quand la fonction est à un extremum (minimum ou maximum),
* négatif (*a <* 0) quand la fonction est décroissante.

*Propriété 3*



Le coefficient directeur de la tangente en un point *x* correspond au nombre dérivée en ce point *f* ′(*x*)

,



,

2 Fonction dérivée et variations

z

r

*Propriété 4*



La fonction dérivée *f* ′ de la fonction *f* est :

* positive (*f* ′ *>* 0) quand la fonction *f* est croissante,
* nulle (*f* ′ = 0) quand la fonction *f* est à un extremum (minimum ou maximum),
* négative (*f* ′ *<* 0) quand la fonction *f* est décroissante.

On étudiera donc **le signe de la dérivée** *f* ′ pour savoir si la **fonction** *f* est **croissante ou décroissante**.

La fonction *f* ′ est positive quand sa représentation graphique est au dessus de l’axe des abscisses et négative dans le cas contraire.



1. Graphiquement

,



III Étude du signe de la dérivée

,

r

z

*Propriété 5*



La fonction *f* ′ est positive quand sa représentation graphique est au dessus de l’axe des abscisses et négative dans le cas contraire.

*x*

*y*

0 0

+ −

0 +

−

*f* (*x*)

−5 −4*.*4 0 2*.*4 5

*x*

-

-

+

+

*y*

0 −

0 +

+

*g*(*x*)

−5 −2*.*2 2*.*2 5

*x*

-

+

+

*y*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | |  |  | + |  |  |
|  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |
|  |  | - |  |  | |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |
| x | | −5 1.3 5 | | | | | |  | | |
| h(x) | | − | | | 0 + | | |

*x*

*x*

On a vu en première : ,

,

1. Signe d’une équation du premier degré

Pour résoudre une inéquation du premier dregré du type *ax* + *b >* 0 il faut connaître le propriété suivante :

z

*Propriété 6*



La multiplication ou la division d’une inégalité par un nombre négatif **change le sens** de l’inégalité.

7

Exemple :−4*x* + 3

,

7

*>* 0 deviendra −4*x >* − 3

puis *x <* −

7



3 × (−4)

soit *x <* 7 et

12

0 −

+

3

−4*x* + 7

∞

7

12

−∞

*x*

,

1. Signe d’une équation du second degré

r 2

z



Pour résoudre une inéquation du second degré du type *ax* + *bx* + *c >* 0 il faut d’abord à déterminer ses racines réelles.

Pour cela, on peut calculer le discriminant : ∆ = *b*2 − 4*ac* puis selon le signe de *a* et de ∆ on a six cas :



Si ∆ *>* 0 : *x*1 =

−*b* − √∆

2*a*

*y*

*y*

a > 0

*x*

*a*

0 signe de

signe de

*a*

∆ = 0

Le signe de

*ax*2 +*bx*+*c*

+∞

−*b*

2*a*

−∞

*x*

+

+

0

<

a

-

-

et *x*2 =

−*b* + √∆

2*a*

Si ∆ = 0 : une racine double *x*1

= −*b*

2*a*

Si ∆ *<* 0 : pas de racines réelles.

*y y*

*y*

*y*

a > 0

-

*x*i

*x*j

*x*

*x*

*a*

0 signe de

signe

oppos´e de *a*

signe de

*a* 0

∆ *>* 0

Le signe de

*ax*2 +*bx*+*c*

+∞

*x*j

*x*i

−∞

*x*

0

<

a

*x*j

•

*x*•i

-

-

+

+

•

•

+

a > 0

*x*

signe de

*a*

∆ *<* 0

Le signe de

*ax*2 +*bx*+*c*

−∞ +∞

*x*

0

<

a

+

-

*x*

*x*

On retiendra le sens de la parabole selon la valeur de *a* et sa position selon la valeur de ∆.



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | | | | |  |  |

### TPRO22 Activité 1

*←−* codez votre numéro d’étudiant ci-contre, et écrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | Questions | Scores à reporter ici |
| Aptitudes à mobiliser des connaissances et des compétences pour résoudre des problèmes | Approprier Rechercher, extraire et organiser l’information utile, | | | | * 1 * 2 * 5 | / |
|  | Réaliser | Choisir et exécuter une méthode de résolution. | |  | / |
|  | Raisonner | | Raisonner, argumenter, critiquer et valider un résultat. | * 7 * 3 | / |
| Communiquer Présenter, communiquer un résultat. | | | | * 4 | / |
|  | | | | | | / |
| Capacités liées à l’utilisation des tic | **TICE** Expérimenter ou Simuler ou Émettre des conjectures ou Contrôler la vraisemblance de conjectures. | | | | * 6 |  |
|  | | | | | | / |
|  | | | | | Total | / |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **0** | **0** | **0** |
| **1** | **1** | **1** |
| **2** | **2** | **2** |
| **3** | **3** | **3** |
| **4** | **4** | **4** |
| **5** | **5** | **5** |
| **6** | **6** | **6** |
| **7** | **7** | **7** |
| **8** | **8** | **8** |
| **9** | **9** | **9** |

***La qualité de la rédaction et la précision des raisonnements influent sur la notation***

***Les questions faisant apparaître le symbole*** *♣* ***peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse.***

Monsieur B. doit remplir sa cuve de fioul de 3000 L avant l’hiver mais il souhaite l’acheter au plus bas prix, il sait qu’ Israël envisage d’attaquer l’Iran ce qui risque de créer une envolée du prix et que la prévision du prix du pétrole par les seuls éléments mathématiques est hasardeuse. Néanmoins une analyse purement mathématique est tentée sur le cours terme. Il se rend sur http :[//www.prixfioul.fr](http://www.prixfioul.fr/) et télécharge l’évolution des prix dans sa région. Il obtient le nuage de points ci-dessous.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | Date | | 23/04 | | 30/04 | | 7/05 | | 14/05 | | 21/05 | | 28/05 | | 4/06 | | 11/06 | | 18/06 | | 25/06 | |  | | |
| Prix | | 980 | | 988 | | 983 | | 955 | | 960 | | 945 | | 935 | | 930 | | 925 | | 899 | |
| Date | 2/07 | 9/07 | | 16/07 | | 23/07 | | 30/07 | | 6/08 | | 13/08 | | 20/08 | | 27/08 | | 3/09 | | 10/09 | | 17/09 | | 24/09 | | 1/10 | 8/10 |
| Prix | 899 | 910 | | 918 | | 940 | | 940 | | 948 | | 965 | | 980 | | 982 | | 978 | | 969 | | 970 | | 934 | | 956 | 950 |

990

prix en euros

990

prix en euros

980 980

970 970

960 960

950 950

940 940

930 930

920 920

910

900

890

date

910

900

890

date

L’évolution des prix est telle qu’un ajustement affine est sans intérêt puisqu’il passe vraiment trop loin de chaque point et ne traduit pas l’évolution réelle des prix comme le montre le tracé de droite.

Il réalise alors un ajustement cubique et obtient :

prix en euros

990

980

970

960

950

940

930

920

910

900

890

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

date

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | | |  |  | |

ce qui correspond à la fonction : *f* (*x*) = *−*0*,* 0532*x*3 + 2*,* 3881*x*2 *−* 30*,* 004*x* + 1036

**Question 1** *♣*

Approprier Indiquer dans cette représentation à quelle grandeur correspond *f* (*x*) et *x*.

*f* (*x*) correspond au prix du fioul *x* correspond au prix du fioul *f* (*x*) correspond aux dates

*x* correspond aux dates *f* (*x*) correspond au pourcentage de fioul *x* correspond au volume de fioul

*Aucune de ces réponses n’est correcte.*

### Question 2

*♣*

Approprier Monsieur B. souhaiterait désormais connaître à quelle date le prix a réellement été au minimum sur la période observée et le comparer à la valeur donnée par la courbe. En croisant les données du tableau et la représentation obtenue choisissez les bonnes réponses.

observée : le 10,5

calculée : le 9

observée : à 899

calculée : à 922

calculée : le 18 juin

### Question 3 *♣*

observée : du 25 juin au 2 juillet

*Aucune de ces réponses n’est correcte.*

Monsieur B. constate que l’interpolation de la courbe par une fonction de degré est assez bonne et donne d’assez bons résultats. Il constate par ailleurs que d’après la courbe le prix devrait baisser encore. Pour réaliser une prévision plus fine, il se dit qu’un polynôme de degré 3 est déjà bien mais souhaite paufiner ses calculs par un degré supérieur. Il réalise donc une interpolation de degré 4 et obtient la fonction suivante :

et obtient :

990

prix en euros

*g*(*x*) = *−*0*.*0048*x*4 + 0*.*1951*x*3 *−* 1*.*819*x*2 *−* 4*.*5489*x* + 998

980

970

960

950

940

930

920

910

900

890

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

date

Communiquer Indiquer ce que l’on peut dire de cette nouvelle interpolation :

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**, ,**

**z**Ne pas cocher **r***−→ Aucune de ces réponses n’est correcte.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | | | | |  |  |  |

### Question 4

*♣*

Monsieur B. va désormais rechercher à quel moment il obtient des maxima et des minima.

Communiquer En vous aidant du concept de tangente vue l’année dernière expliquer comment on peut trouver des extrema géo- métriquement.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**, ,**

**z**Ne pas cocher **r***−→ Aucune de ces réponses n’est correcte.*

|  |  |
| --- | --- |
| Fonction *f* | Fonction dérivée *f r* |
| *x ›→ f* (*x*) = *ax* + *b* | *x ›→ f r*(*x*) = *a* |
| *x ›→ f* (*x*) = *x*2 | *x ›→ f r*(*x*) = 2*x* |
| *x ›→ f* (*x*) = 1  *x* | 1  *x ›→ f r*(*x*) = *− x*2 |
| *x ›→ f* (*x*) = *√*  *x* | *x ›→ f r*(*x*) = 1  2*√x* |
| *x ›→ f* (*x*) = *x*3 | *x ›→ f r*(*x*) = 3*x*2 |
| *x ›→ g*(*x*) = *a · f* (*x*) | *x ›→ gr*(*x*) = *a · f r*(*x*) |
| *x ›→ h*(*x*) = *f* (*x*) + *g*(*x*) | *x ›→ hr*(*x*) = *f r*(*x*) + *gr*(*x*) |

### Question 5

COURS

**Chapitre 2 Fonctions dérivées et étude des variations d’une fonction**

I Fonctions dérivée des fonctions de référence

z *Définition 1*

,

Une fonction dérivée *f r* dune fonction *f* permet de déterminer les extrema de cette fonction *f* .

z

2 Fonctions de référence

*Propriété 1*

r

Fonctions dérivées *f r* des fonctions usuelles :

Exemples :

* *x ›→ f* (
* *x ›→ f* (*x*) = 4*x*2 donne *x ›→ f r*(*x*) = 8*x*
* *x ›→ f* (*x*) = 3*x* + 7 donne *x ›→ f r*(*x*) = 3

*x*

) = donne *x ›→ f* (

4

*x*

*r*

*x*

* *x ›→ f* (*x*

) = 3 *x* donne *x ›→ f* (

*√*

) = *−*

4

*x*2

*r*

*x*

) =

3

* *x ›→ g*(*x*) = 5*x*3 + 4*x*2 + 3*x* + 7 donne *x ›→ gr*(*x*) = 15*x*2 + 8*x* + 3
* *x ›→ f* (*x*) = 5*x*3 donne *x ›→ f r*(*x*) = 15*x*2

2*√x*

1 Fonction dérivée

s

Approprier Donner la fonction dérivée de la fonction : *f* (*x*) = *−*0*,* 0532*x*3 + 2*,* 3881*x*2 *−* 30*,* 004*x* + 1036

*f r*(*x*) = *−*0*.*1596*x*2 + 4*.*7762*x −* 30*.*04 + 1036 *f r*(*x*) = *−*0*,* 0532*x*2 + 2*,* 3881*x −* 30*,* 004+

*f r*(*x*) = *−*0*,* 0532*x*2 + 2*,* 3881*x −* 30*,* 004 + 1036 *f r*(*x*) = *−*0*.*1596*x*2 + 4*.*7762*x −* 30*.*04

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | | |  |  |  |

### Question 6 *♣*

*IMPORTANT*

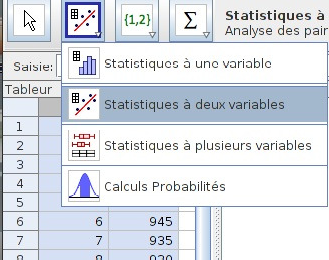
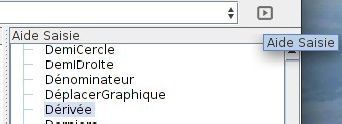
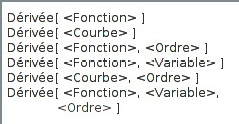
LA PARTIE SUIVANTE DOIT ÊTRE RÉALISÉE AVEC LE PLUS D’AUTONOMIE POSSIBLE COMME EN SITUATION D’EXAMEN.

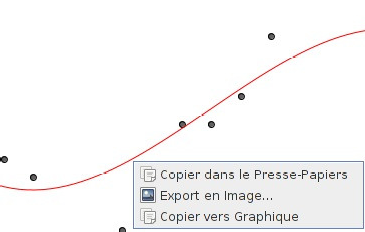
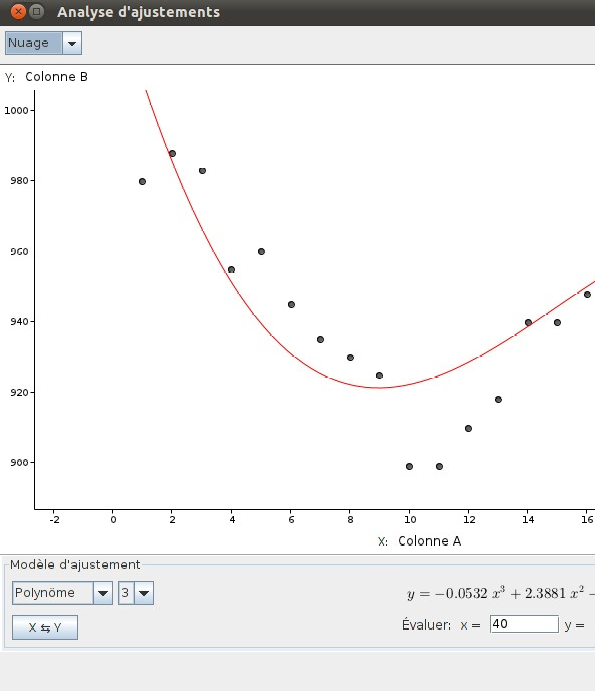
VOUS DEVEZ FAIRE PREUVE D’AUTONOMIE ET D’INITIATIVE.

LE MODE OPÉRATOIRE SUIVANT EST LÀ UNIQUEMENT POUR VOUS FACILITER LA TÂCHE.

**TICE** Dans géogébra (4 ou ultérieur), vous allez faire tracer le nuage de points puis la courbe d’interpolation et sa dérivée. **Vous devez comparer le signe de la dérivée avec l’évolution de la courbe d’interpolation.**

* Partie tableur, recopier les valeurs verticalement (vous numéroterez les valeurs de 1 à 25 plutôt que de mettre les dates),
* sélectionner vos valeurs,
* cliquer sur l’icône « statistiques à deux variables »,
* vérifier que vous êtes en mode nuage de points,
* puis réaliser une interpolation polynomiale de degré 3 .
* Par un clic droit sur la courbe copier votre courbe vers le graphique,
* déplacer si nécessaire votre courbe pour bien visualiser vos points et votre courbe d’interpolation.
* Dans la fenêtre de saisie en vous aidant de l’aide demander le calcul de la dérivée de votre fonction d’interpolation.



* Réduire le zoom pour voir apparaître le tracé de la courbe et de sa dérivée.

### Question 7



**Appeler le professeur pour lui montrer vos courbes.**

**,z**Ne pas cocher **,r***−→*

*Aucune de ces réponses n’est correcte.*

*♣*

Analyser À partir du tracé des points, de la fonction d’interpolation et de sa dérivée, indiquer la correspondance que l’on peut établir entre les variations de la courbe et le signe de sa dérivée.

**z,**Ne pas cocher **,r***−→*

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

*Aucune de ces réponses n’est correcte.*

N’OUBLIEZ PAS DE COMPLÉTER L’AUTOÉVALUATION



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | | | | |  |  |

r

*Propriété 4*

2 Fonction dérivée et variations

z

Le coefficient directeur *a* de la tangente d’équation *y* = *ax* + *b* en un point est :

* positif (*a >* 0) quand la fonction est croissante,
* nul (*a* = 0) quand la fonction est à un extremum (minimum ou maximum),
* négatif (*a <* 0) quand la fonction est décroissante.

*Propriété 3*

Le coefficient directeur de la tangente en un point *x* correspond au nombre dérivée en ce point *f r*(*x*)



La fonction dérivée *f r* de la fonction *f* est :

* positive (*f r >* 0) quand la fonction *f* est croissante,
* nulle (*f r* = 0) quand la fonction *f* est à un extremum (minimum ou maximum),
* négative (*f r <* 0) quand la fonction *f* est décroissante.

On étudiera donc **le signe de la dérivée** *f r* pour savoir si la **fonction** *f* est **croissante ou décroissante**.

La fonction *f r* est positive quand sa représentation graphique est au dessus de l’axe des abscisses et négative dans le cas contraire.

### TPRO22 Activité 2

*←−* codez votre numéro d’étudiant ci-contre, et écrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**0 0 0**

**1 1 1**

**2 2 2**

**3 3 3**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | Questions | Scores à reporter ici |
| Aptitudes à mobiliser des connaissances et des compétences pour résoudre des problèmes | Approprier Rechercher, extraire et organiser l’information utile, | * 1 | / |
| Réaliser Choisir et exécuter une méthode de résolution. | * 2 | / |
| Raisonner Raisonner, argumenter, critiquer et valider un résultat. | * 3 * 5 * 6 | / |
| Communiquer Présenter, communiquer un résultat. | * 4 | / |
|  | | | / |
| Capacités liées à l’utilisation des tic | **TICE** Expérimenter ou Simuler ou Émettre des conjectures ou Contrôler la vraisemblance de conjectures. | * 5 |  |
|  | | | / |
|  | | Total | / |

**4 4 4**

**5 5 5**

**6 6 6**

**7 7 7**

**8 8 8**

**9 9 9**

***La qualité de la rédaction et la précision des raisonnements influent sur la notation***

***Les questions faisant apparaître le symbole*** *♣* ***peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse.***



r

1 Tangente et variations

*Propriété 2*

z

**ATTENTION DANS LA SUITE DU COURS À NE PAS CONFONDRE LA FONCTION** *f* **ET SA DÉRIVÉE** *f r*

COURS

II Étude des variations d’une fonction

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | | |  |  | |

*−*0*.*2

0*.*2

25

0

25

0

3

,

3 Tableau de variations

*Définition 2*

COURS

r

Un **tableau de varitions** est un tableau retraçant grace au signe de sa dérivée, les variations d’une fonction.

Exemples :

*x*

*x*

*x*

*y*

*y*

### Question 1

*♣*

Approprier Indiquer le tableau de signe des trois fonctions *f* (*x*),*g*(*x*),*h*(*x*) suivantes :

*x*

*y*

*y*

*y*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

*x*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

*x*

0 +

*−*

*g*(*x*)

5

0

*−*5

*x*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *x* | *−*5 0 5 | |
| *g*(*x*) | + | 0 *−* |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* | *−*5 *−*2*.*2 2*.*2 5 | | |
| *g*(*x*) | + | 0 *−* | 0 + |

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | *−*5 5 |
| *h*(*x*) | *−* |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | | | | | | |
|  | *x* | *−*5 | *−*2*.*2 | | 2*.*2 | | 5 |
| *g*(*x*) | *−* | | 0 + | | 0 *−* | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | | | | | |
| *x* | | *−*5 | *−*2*.*5 | | 1*.*30 | | 5 |
| *f* (*x*) | | *−* | | 0 + | | 0 *−* | |

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | *−*5 5 |
| *h*(*x*) | + |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* | *−*5 *−*2*.*5 1*.*30 5 | | |
| *f* (*x*) | + | 0 *−* | 0 + |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *x* | *−*5 1*.*3 5 | |
| *h*(*x*) | + | 0 *−* |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | | | | | | | |
| *x* | | *−*5 | *−*4*.*2 | | 0 | | 2*.*4 | | 5 |
| *f* (*x*) | | + | | 0 *−* | | 0 + | | 0 *−* | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | | | | | | | | |
|  | *x* | *−*5 | *−*4*.*2 | | 0 | | 2*.*4 | | 5 |
| *f* (*x*) | *−* | | 0 + | | 0 *−* | | 0 + | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *x* | *−*5 1*.*3 5 | |
| *h*(*x*) | *−* | 0 + |

*Aucune de ces réponses n’est correcte.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

*y*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *−*5 |  | 0 | |  | 5 |
| *f r*(*x*) = *−* 1  *x*2 | *−* | | | 0 *−* | | |
| *f* (*x*) = 1  *x* | *−*0*.*2 | *−∞* |  |  | +*∞* | 0*.*2 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *−*5 | 0 | | 5 |
| *gr*(*x*) = 2*x* | *−* | | 0 + | |
| *g*(*x*) = *x*2 | 25 | 0 | | 25 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | |  | 0 | 9 |
| *hr*(*x*) | = | 2*√x* | + | |
| *h*(*x*) | = | *√x* | 0 | 3 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | | | | |  |  |  |

**Question 2** *♣* Réaliser Réaliser PROPREMENT le tableau de variations des trois fonctions de la question 1.

**,z**Ne pas cocher **,r***−→ Aucune de ces réponses n’est correcte.*

**Question 3** Raisonner Expliquer pourquoi dans le cours on a mis une double barre pour *x* = 0 dans le tableau de la fonction

*♣*

1

*f* (*x*) = . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . .*x*. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**, ,**

**z**Ne pas cocher **r***−→ Aucune de ces réponses n’est correcte.*

**Question 4** Communiquer Expliquer de manière détaillée, comment on procède pour établir les variations d’une fonction. Expliquer comment on détermine les valeurs correspondant à ses maxima ou minima, à partir des calculs. Expliquer par ailleurs comment par la lecture du tableau on peut voir s’il s’agit d’un minimum ou d’un maximum. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

*♣*

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**, ,**

**z**Ne pas cocher **r***−→ Aucune de ces réponses n’est correcte.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | | |  |  |  |

**Question 5** Raisonner **TICE** À l’aide de votre calculatrice, qui vous servira pour tracer la fonction (ou sa dérivée). Établir le tableau de variations de la fonction *fx*) = 0*,* 3*x*3 + 2*x*2 4*x* 15 sur l’intervalle [-10 ;5]. Vous détaillerez au maximum tout ce qui permet d’établir le tableau de variations.

*− −*

*♣*

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**z,**Ne pas cocher **,r***−→ Aucune de ces réponses n’est correcte.*

**Question 6** Raisonner Tracer le tableau de variations de la fonction donnant **le prix du fioul en fonction de la date** et déterminer précisement les dates où des prix minima et maxima ont été atteint. Vous ne conclurez pas trop vite sans avoir préalablement relu les valeurs du tableau :

*♣*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | Date | | 23/04 | | 30/04 | | 7/05 | | 14/05 | | 21/05 | | 28/05 | | 4/06 | | 11/06 | | 18/06 | | 25/06 | |  | | |
| Prix | | 980 | | 988 | | 983 | | 955 | | 960 | | 945 | | 935 | | 930 | | 925 | | 899 | |
| Date | 2/07 | 9/07 | | 16/07 | | 23/07 | | 30/07 | | 6/08 | | 13/08 | | 20/08 | | 27/08 | | 3/09 | | 10/09 | | 17/09 | | 24/09 | | 1/10 | 8/10 |
| Prix | 899 | 910 | | 918 | | 940 | | 940 | | 948 | | 965 | | 980 | | 982 | | 978 | | 969 | | 970 | | 934 | | 956 | 950 |

et la fonction : *f* (*x*) = *−*0*,* 0532*x*3 + 2*,* 3881*x*2 *−* 30*,* 004*x* + 1036

**,z**Ne pas cocher **,r***−→ Aucune de ces réponses n’est correcte.*

N’OUBLIEZ PAS DE COMPLÉTER L’AUTOÉVALUATION



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | | | | |  |  |

### TPRO22 Activité 3

*←−* codez votre numéro d’étudiant ci-contre, et écrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**0 0 0**

**1 1 1**

**2 2 2**

**3 3 3**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | Questions | Scores à reporter ici |
| Aptitudes à mobiliser des connaissances et des compétences pour résoudre des problèmes | Approprier Rechercher, extraire et organiser l’information utile, | | | | * 3 * 5 | / |
| Réaliser Choisir et exécuter une méthode de résolution. | | | | * 1 * 2 * 4 | / |
|  | Raisonner | Raisonner, argumenter, critiquer et valider un résultat. | |  | / |
|  | Communiquer | | Présenter, communiquer un résultat. |  | / |
|  | | | | | | / |
| Capacités liées à l’utilisation des tic | **TICE** Expérimenter ou Simuler ou Émettre des conjectures ou Contrôler la vraisemblance de conjectures. | | | |  |  |
|  | | | | | | / |
|  | | | | | Total | / |

**4 4 4**

**5 5 5**

**6 6 6**

**7 7 7**

**8 8 8**

**9 9 9**

***La qualité de la rédaction et la précision des raisonnements influent sur la notation***

***Les questions faisant apparaître le symbole*** *♣* ***peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse.***

On a vu dans l’activité précédente que l’on pouvait déterminer graphiquement le signe de la dérivée.

COURS

,III Étude du signe,de la dérivée

z

1 Graphiquement

*Propriété 5*

r

La fonction *f r* est positive quand sa représentation graphique est au dessus de l’axe des abscisses et négative dans le cas contraire.

**+**

*y*

**-**

**-**

**+**

*x*

*x*

*x*

0 + 0 *−*

0 +

*−*

*f* (*x*)

5

0 2*.*4

*−*5 *−*4*.*4

*x*

*y*

**+**

**-**

0 *−*

**+**

0 +

+

*g*(*x*)

*−*5 *−*2*.*2 2*.*2 5

*x*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | |  |  | **+** |  |  |
|  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |
|  |  | **-** |  |  | |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |
| *x* | | *−*5 1*.*3 5 | | | | | |  | | |
| *h*(*x*) | | *−* | | | 0 + | | |

### Question 1

Réaliser Résoudre l’inéquation 4*x* + 5 *>* 0 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

*y*

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

5

4

5

5

4

*x >* 5

4

*x > −* 4

*x < −* 5

*x* = *−* 5

4

*x > −* 4

*x < −* 4

*x > −* 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | | |  |  | |

O,n a vu en première :

COURS

,

z r

2 Signe d’une équation du premier degré

Pour résoudre une inéquation du premier degré du type *ax* + *b >* 0 il faut connaître le propriété suivante :

*Propriété 6*

La multiplication ou la division d’une inégalité par un nombre négatif **change le sens** de l’inégalité.

7 7 7 7

E,xemple :*−*4*x* + 3 *>* 0 deviendra *−*4*x >*,*−* 3 puis *x < −* 3 *×* (*−*4) soit *x <* 12 et

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *x* | 7  *−∞* 12 *∞* | |
| *−*4*x* + 7  3 | + | 0 *−* |

z3 Signe d’une équation du second degré r 2

Pour résoudre une inéquation du second degré du type *ax*

+ *bx* + *c >* 0 il faut d’abord à déterminer ses racines réelles.

Pour cela, on peut calculer le discriminant : ∆ = *b*2 *−* 4*ac* puis selon le signe de *a* et de ∆ on a six cas :

Si ∆ *>* 0 : *x*1

= *−b − √*∆ et

*a*

2

*x*2 = *−b* + *√*∆

*a*

2

Si ∆ = 0 : une racine double *x*1 = *−b*

*a*

2

Si ∆ *<* 0 : pas de racines réelles.

*y y y y*

*−*41

*−*5

139

*−*41

7

169

27

139

*−*41

365

27

*−*5

139

*y*

**+**

*xi*

0 **+**

**+***y*

**-**

*x*

*•*

**-**

*xj*

*•*

*x*

0 **-**

signe de

*a*

0

signe opposé de *a*

0

signe de

*a*

∆ *>* 0

Le signe de

*ax*2 +*bx*+*c*

+*∞*

*xj*

*xi*

*−∞*

*x*

*<*

*a*

*•*

*•*

*>*

*a*

*xj*

*xi*

*a >* 0

**+**

**-**

*x*

*x*

∆ *<* 0

Le signe de

*ax*2 +*bx*+*c*

*a <* 0

*−∞* +*∞*

signe de

*a*

*x*

*x*

**+** 0 **+ -** 0 **-**

*<*

*a*

*>*

*a*

*x*

*x*

*−∞*

*−b*

+*∞*

0 signe de

*a*

2

On retiendra le sens de la parabole selon la valeur de *a* et sa position selon la valeur de ∆.

**Question 2** Réaliser Étudier le signe de la dérivée de la fonction *f* (*x*) = *x*3 + 2*x*2 7*x* 1 sur l’intervalle [ 5; 5]. . . . . . . . . .

*a*

signe de

*a*

∆ = 0

Le signe de

*ax*2 +*bx*+*c*

*♣ − − −*

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**z, ,r**

Ne pas cocher *−→ Aucune de ces réponses n’est correcte.*

### Question 3

Approprier Choisir le tableau de variations correspondant.

*−*41

7

169

27

139

*−*41

365

27

*−*5

139

*−*41

139



0 +

139

7

169

27

*−*41

*f* (*x*)

0 *−*

*−*

*f r*(*x*)

5

7

3

*−*1

*−*5

*x*



0 +

139

365

27

*−*5

*−*41

*f* (*x*)

0 *−*

*−*

*f r*(*x*)

5

1

7

3

*−*

*−*5

*x*



0 *−*

*−*5

139

*−*5

365

27

*−*41

365

27

*f* (*x*)

0 +

+

*f r*(*x*)

5

1

7

3

*−*

*−*5

*x*



0 +

*−*41

*−*

365

27

139

5

*f* (*x*)

0 *−*

*−*

*f r*(*x*)

5

1

7

3

*−*

*−*5

*x*



0 *−*

7

139

*−*41

169

27

*f* (*x*)

0 +

+

*f r*(*x*)

5

7

3

*−*1

*−*5

*x*



0 *−*

*−*5

*−*41

139

365

27

*f* (*x*)

0 +

+

*f r*(*x*)

5

1

7

3

*−*

*−*5

*x*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | | | | |  |  |  |

**Question 4** *♣* 3

Réaliser Étudier le signe de la dérivée de la fonction *g*(*x*) = *x*2 + 9*x* + 12 sur l’intervalle [ 10; 10]. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

2 *−*

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**z, ,r**

Ne pas cocher *−→ Aucune de ces réponses n’est correcte.*

### Question 5

 Approprier Choisir le tableau de variations correspondant.

*−* 141

2

57

2

39

2

*−*228

0

*−*48

*−* 141

2

57

2

39

2



0 *−*

0

*−*48

*−*228

0

*f* (*x*)

0 +

+

*f r*(*x*)

10

7*.*12

*−*1*.*12

*−*10

*x*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *x* | *−*5 *−*3 5 | |
| *gr*(*x*) | *−* | 0 + |
| *g*(*x*) | *−* 141 39  2 2  57  2 | |



0 *−*

0

0

*−*228

*−*48

0

*f* (*x*)

0 +

+

*f r*(*x*)

10

7*.*12

*−*1*.*12

*−*10

*x*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *x* | *−*5 *−*3 5 | |
| *gr*(*x*) | + | 0 *−* |
| *g*(*x*) | 57  2  *−* 141 39  2 2 | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *x* | *−*5 *−*3 5 | |
| *gr*(*x*) | *−* | 0 + |
| *g*(*x*) | 141 *−* 39  2 2  *−* 57  2 | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *x* | *−*5 3 5 | |
| *gr*(*x*) | + | 0 *−* |
| *g*(*x*) | 51  2  *−* 141 39  2 2 | |

Pour les plus rapides : Établir sur l’intervalle **R**

*−* 51

2

*−*228

0

51

2

141

2

*−* 57

2

*−* 39

2

*−* 141

2

51

2

39

2

*−*228

0

0

*−*48



0 +

*−*228

0

0

*−*48

*f* (*x*)

0 *−*

*−*

*f r*(*x*)

10

7*.*12

*−*1*.*12

*−*10

*x*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *x* | *−*5 3 5 | |
| *gr*(*x*) | *−* | 0 + |
| *g*(*x*) | 141 *−* 39  2 2  *−* 51  2 | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *x* | *−*5 3 5 | |
| *gr*(*x*) | *−* | 0 + |
| *g*(*x*) | *−* 141 39  2 2  51  2 | |

5 , le tableau de variations de la fonction

( ) = *x*2 + 3*x* + 4

*− {− }*

*x ›→ i x*

*x* + 5

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

141

2

*−* 39

2

0

*−*48

*−* 141

2

39

2

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

N’OUBLIEZ PAS DE COMPLÉTER L’AUTOÉVALUATION

