

***Les fonctions exponentielles***



Dans le chapitre précédent, nous avons vu que l’entreprise MAINVERTE souhaitait tripler son nombre d’emballages recyclables. En augmentant de 10% chaque année ce nombre, elle atteint son objectif en 2022.

***De quel pourcentage minimum doit-elle augmenter ce nombre d’emballages recyclables chaque année pour pouvoir atteindre cet objectif avant 2018 ?***

***Qu’est-ce-qu’une fonction exponentielle ?***

Calculons les résultats obtenus concernant le nombre d’emballages recyclables qu’utilise

l’entreprise MAINVERTE chaque année :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Point*** | ***A*** | ***B*** | ***C*** | ***D*** | ***E*** | ***F*** |
| ***Année*** | ***2010*** | ***2011*** | ***2012*** | ***2013*** | ***2014*** | ***2015*** |
| ***Terme*** | U0 | U1 | U2 | U3 | U4 | U5 |
| ***Nombre d’emballages*** | 1 000 | 1 100 | 1 210 | 1 331 | 1 464,1 | 1 610,5 |

× 1,1

× 1,1

× 1,1

× 1,1

× 1,1

Les nombres d’emballages recyclés chaque année forment une ***SUITE GEOMETRIQUE***

de premier terme ***U0 = 1000*** et de raison ***q = 1,1*** (1 + 10% = 1 + !"

= !""#!" = !!" = 1,1 )

!""

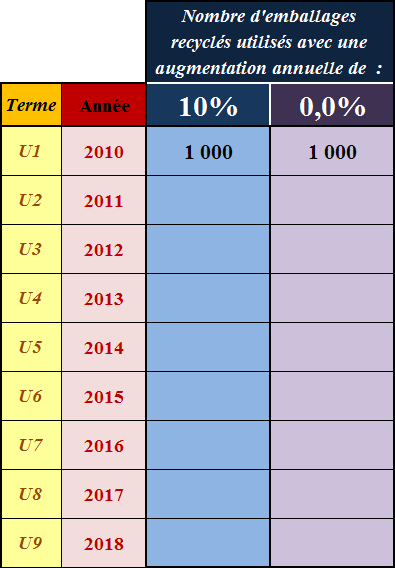
!""

!""

D’après l’étude réalisée dans le chapitre précédent, on a démontré que la production ***Un***

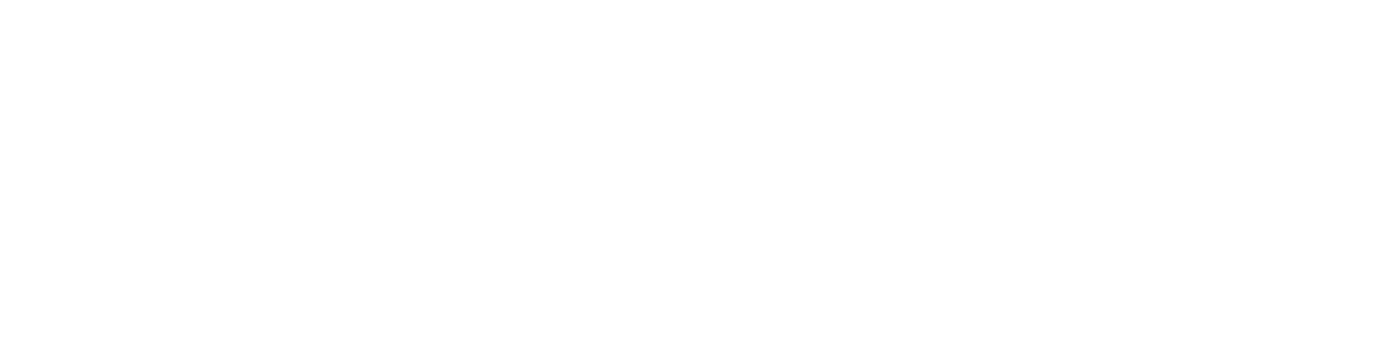
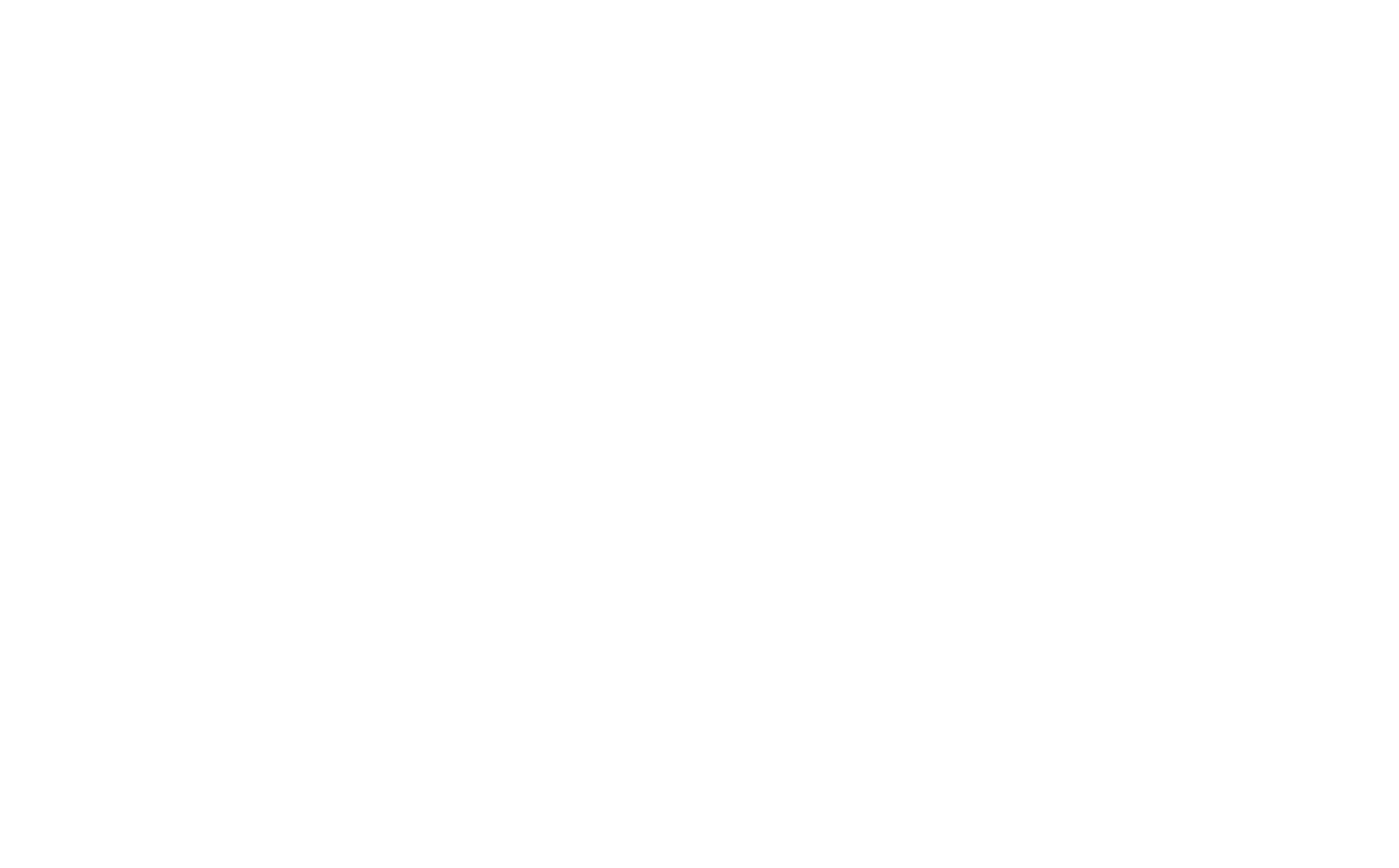
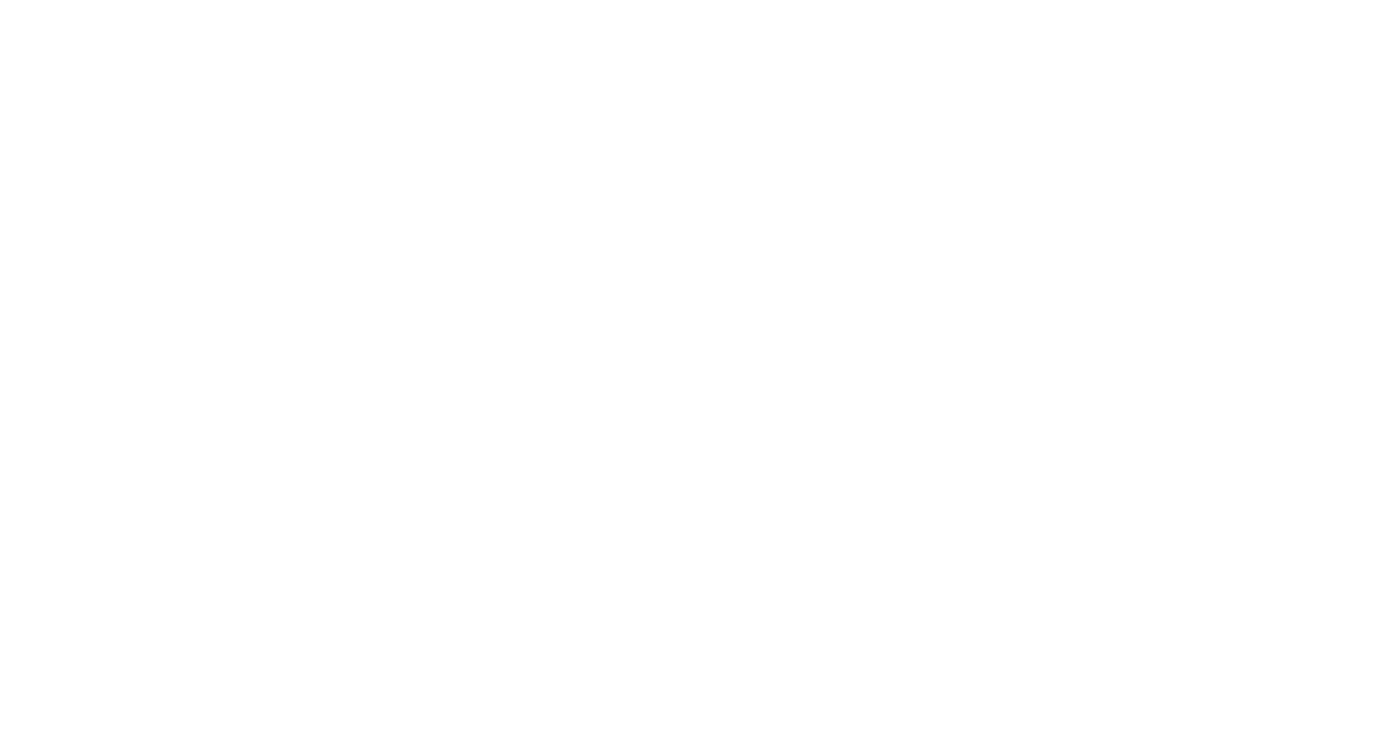
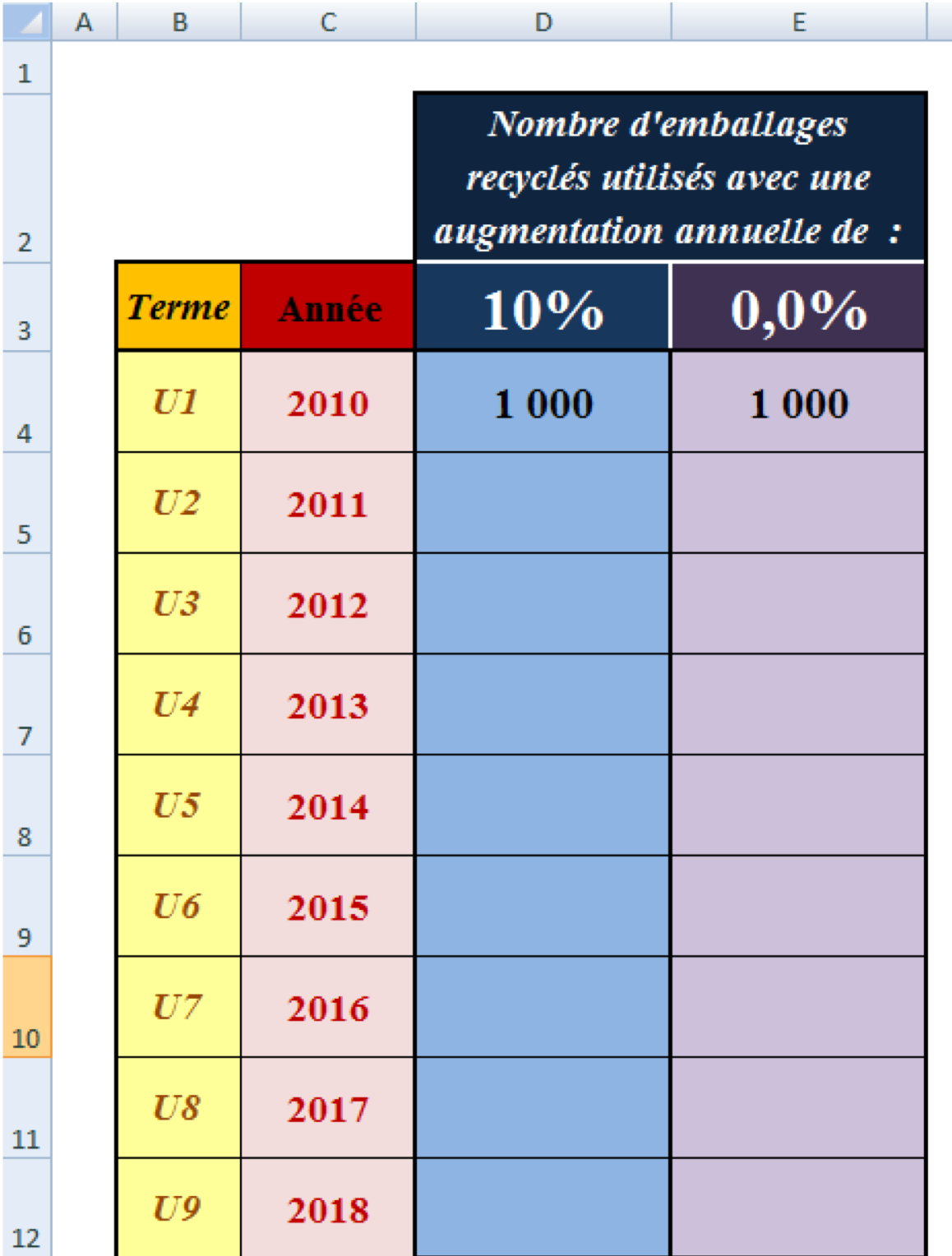
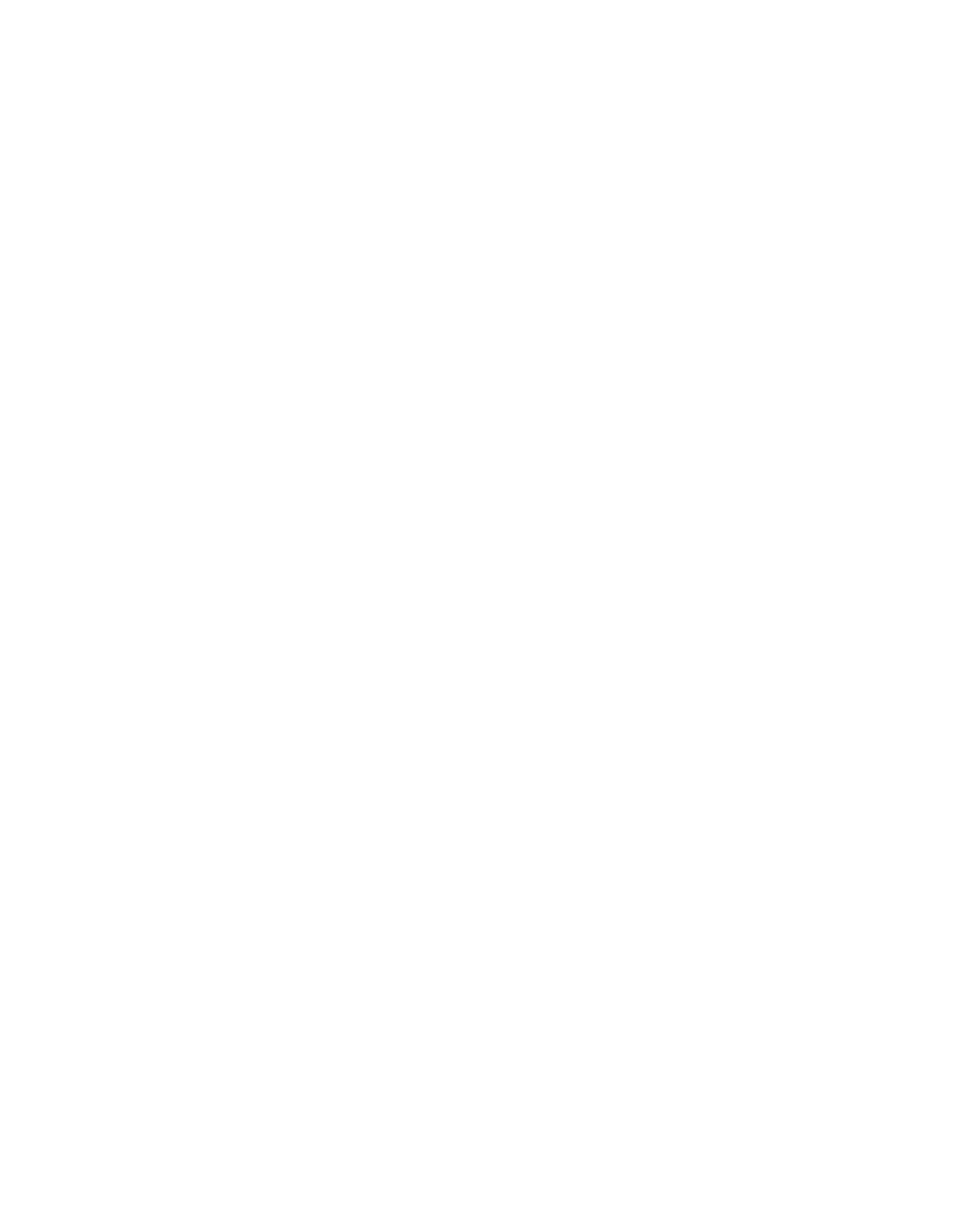
d’emballages recyclés en fonction de l’indice ***n*** de l’année pouvait s’écrire sous la forme :

!! = #$$$ × #, #!



Le fichier ***« expo.xlsx »*** étudie l’évolution du nombre d’emballages recyclés utilisés par l’entreprise MAINVERTE avec une augmentation annuelle de :

* 10 % pour la ***colonne D***.
* D’un certain pourcentage dont on cherche la valeur (**cellule E3**) pour la ***colonne E***.



*Calcul :*

**10001,1**

**Suite GEOMETRIQUE de raison q = 1,1**

***Saisir plusieurs valeurs pour expérimenter sur le pourcentage afin d’atteindre l’objectif de l’entreprise***

 *Formule EXCEL (cellule D5)*:

**=D4\*1.1**

**Suite GEOMETRIQUE de raison q = 1+p/100**

*Calcul :*

**1000(1+p/100)**

 *Formule EXCEL (cellule E5)*:

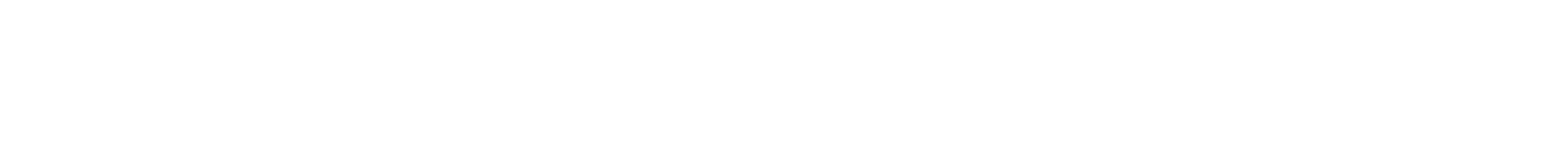
**=E4\*(1+$E$3)**

En utilisant cette méthode, il faut une augmentation annuelle de **14,8** % pour que l’entreprise MAINVERTE triple son nombre de produits recyclables utilisés avant 2018.

***Remarque :***

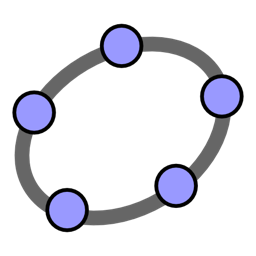
Quelle que soit la valeur du pourcentage choisie, la représentation graphique de l’évolution du nombre d’emballages recyclables a la même allure :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  La fonction est strictement croissante pour tout nombre réel. |
| La courbe croit de plus en plus vite : en   mathématiques, on dit que cette courbe représentative croit de manière  ***EXPONENTIELLE.*** |



*La fonction qui à tout x associe le nombre (1,1) x est appelée fonction* ***EXPONENTIELLE de base 1,1***

***Quelle influence peut avoir la base sur le sens de variation ?***

***Activité :*** A l’aide de GEOGEBRA : 

1. Créer la courbe représentative de la fonction exponentielle de base q (où a est un nombre

compris entre 0 et 15) définie sur l’intervalle [ -5 ; 5 ] par :

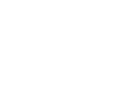
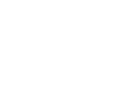
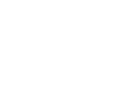
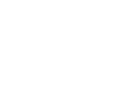
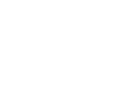
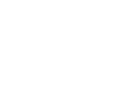
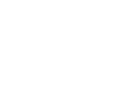
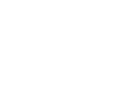
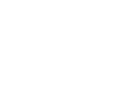
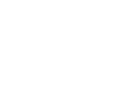
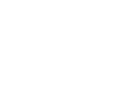
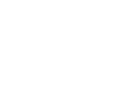
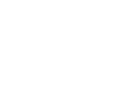
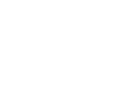
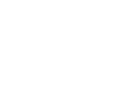
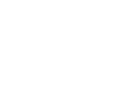
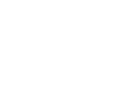
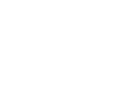
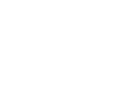
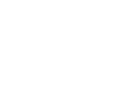
*f(x) = q x (Aide : utiliser un curseur)*

1. Que remarque t-on au niveau du sens de variation de la fonction lorsque la valeur de la base ***q*** varie ?

# *Lorsque la base est comprise entre 0 et 1 ( 0 < q < 1 ), la fonction exponentielle* associée est DECROISSANTE sur l’intervalle [ -5 ; 5 ].

* ***Lorsque la base est supérieure à 1 ( q > 1 ), la fonction exponentielle associée est CROISSANTE sur l’intervalle [ -5 ; 5 ].***

1. Compléter le tableau suivant :



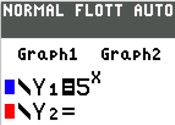
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Cas n°1 :* ***q = 0,5***  ***f (x) = 0,5 x*** | | | | | | | | | | | *Cas n°2 :* ***q = 10***  ***f (x) = 10 x*** | | | | | | | | | | |
|  |  |  |  |  | 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 10 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 9 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 9 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 8 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 7 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 7 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 6 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 6 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 5 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 4 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 3 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  |  |  |
| -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  |  |  |  |  | -1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | -1 |  |  |  |  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| ***x*** | -5 5 |
| ***Sens de variation de la fonction f*** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| ***x*** | -5 5 |
| ***Sens de variation de la fonction f*** |  |

***Comment saisir et étudier une fonction exponentielle ?***

*Exemple :* Pour étudier la fonction f définie par ***f(x) = 5 x***, il faut saisir :



|  |  |
| --- | --- |
| ***Sous GEOGEBRA :***  Dans la fenêtre de saisie, il est nécessaire  d’utiliser l’opérateur puissance « **^** » |  |
| ***Sur la calculatrice :*** |  |

***Propriétés des fonctions exponentielles***

En vous aidant du fichier ***« propriétés.ggb »***, renseigner le tableau suivant :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | ***q x × q y*** | **=** | ***q x + y*** |
|  | ! #  !$ | **=** | ***q x - y*** |
|  | ***q 0*** | **=** | ***1*** |
|  | ***(q x) y*** | **=** | ***q x × y*** |